



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE CIÊNCIAS DA SAÚDE DE PORTO ALEGRE
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E
GESTÃO EM SAÚDE**

Gustavo Bernardes da Silva

**Análise do método indireto para a avaliação da qualidade dos equipamentos
radiográficos a partir dos espectros de raios X para aplicações em
radiodiagnóstico**

**Porto Alegre
2023**

Catálogo na Publicação

BERNARDES DA SILVA, GUSTAVO

Análise do método indireto para a avaliação da qualidade dos equipamentos radiográficos a partir dos espectros de raios X para aplicações em radiodiagnóstico / GUSTAVO BERNARDES DA SILVA. -- 2023.

132 p. : 30 cm.

Dissertação (mestrado) -- Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre, Programa de Pós-Graduação em Tecnologias da Informação e Gestão em Saúde, 2023.

Orientador(a): Thatiane Alves Pianoschi ;
coorientador(a): Viviane Rodrigues Botelho.

1. Método indireto. 2. Espectros de raios X. 3. Qualidade do feixe. 4. Modelos matemáticos. I. Título.

Sistema de Geração de Ficha Catalográfica da UFCSPA com os dados
fornecidos pelo(a) autor(a)

Gustavo Bernardes da Silva

**Análise do método indireto para a avaliação da qualidade dos equipamentos
radiográficos a partir dos espectros de raios X para aplicações em
radiodiagnóstico**

Dissertação no Programa de Mestrado Acadêmico em Tecnologias da Informação e Gestão
em Saúde da Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre.

Orientador: Prof. Dr. Thatiane Alves Pianoschi

Co-Orientador: Prof. Dr Viviane Rodrigues Botelho

Porto Alegre

2023

Gustavo Bernardes da Silva

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologias da Informação e Gestão em Saúde da Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Tecnologia da Informação e Gestão em Saúde.

Orientador: Prof. Dr. Thatiane Alves Pianoschi

Co-orientador: Prof. Dr. Viviane Rodrigues Botelho

Aprovada em: _____ de _____ de _____.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Alexandre Bonatto
Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre

Prof. Dr. Cassiana Viccari Sacilotto
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto
Universidade de São Paulo

Prof. Dr. Jorge Homero Wilches Visbal
Universidad del Magdalena - Colômbia

AGRADECIMENTOS

Gostaria de iniciar agradecendo a Deus pelo dom da minha vida e por todos os presentes e provações que eu recebi até então nesta trajetória. Em segundo, gostaria de agradecer a minha família, em especial os meus pais e meus irmãos, sem eles não teria chegado até onde cheguei. Por trás de quase toda história bem-sucedida, há uma rede de apoio sólida que, acima de tudo, está sempre torcendo para que o melhor aconteça e acolhendo quando ocorrem deslizos no percurso. Agradeço a minha companheira Evelyn, por ter me apoiado incansavelmente e, por muitas vezes, ter sido tolerante comigo nos momentos que estive mais distante e com sentimentos excessivamente densos, como inseguranças, frustrações e angústias. O teu amor, admiração e apoio foram e são meu combustível diário e sem isso não teria chegado até aqui (Te amo!) (...)

Agradeço as minhas orientadoras, prof^a Dra. Thatiane e prof^a Dra. Viviane por terem acreditado no trabalho e assim termos perseverado juntos ao longo desses anos. Foram anos desafiadores, com muitas mudanças em todas as esferas da minha vida, além de todo um contexto de incerteza e pandemia. Nesse contexto, ingressar no PPGTIG foi muito mais do que dar continuidade a um trabalho e seguir com a formação continuada, foi construir uma jornada de maturidade profissional e pessoal, com profissionais de excelência ao meu lado e com muitos outros desafios que se apresentaram. Ao longo de semanas, fazíamos com consistência um trabalho árduo e desafiador, mas isso foi sendo acompanhado de um outro árduo trabalho e com um conjunto de mudanças significativas na minha vida, que envolvem desde a mudança de moradia (por duas vezes) até tomada de decisões importantes para que hoje eu conseguisse chegar até aqui, concluindo mais esse ciclo acadêmico.

Agradeço a comunidade científica, que lideram um caminho próspero e cheio de descobertas. É necessário expressar gratidão, especialmente em uma época em que o pensamento científico, o senso crítico e a curiosidade estão sendo suprimidos pela disseminação excessiva de informações falsas, falta de discernimento crítico e falta de interesse pelo conhecimento. Parafraseando Sir. Isaac Newton: “se vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes”.

Por fim e não menos importante, finalizo essa seção de agradecimentos com um trecho traduzido de um dos meus poemas favoritos, “The road not taken” de Robert Frost: *“Mais à frente hei de dar, saudoso, o meu relato; / Entre o passado e mim, uma*

distância imensa: / A estrada se partiu no bosque amarelado – Tomei dos dois caminhos o menos trilhado, / E justamente isso fez a diferença.

RESUMO

Este estudo analisou o método indireto de estimação de espectros de raios X, utilizando o modelo proposto por Archer & Wagner (1988), e sua aplicação na avaliação da qualidade dos feixes de raios X em exames radiográficos. Foram coletados dados experimentais e simulados, obtendo curvas de transmissão experimental e espectros em diferentes energias de raios X. Foram aplicados modelos matemáticos e técnicas de interpolação para estimar os coeficientes de atenuação necessários. Os parâmetros de qualidade do feixe, como 1ª Camada Semiredutora (CSR), 2ª CSR e coeficiente de homogeneidade (CH), foram calculados e comparados com os padrões de qualidade estabelecidos. A interpolação de Spline Cúbica apresentou a menor margem de erro na reconstrução dos espectros, superando outros modelos existentes. A análise dos parâmetros de qualidade indicou que a utilização do parâmetro CH pode resultar em uma melhor concordância com os espectros simulados. O método de busca exaustiva revelou incertezas na estimação dos parâmetros do modelo, destacando a necessidade de explorar a relação entre esses parâmetros e os espectros reconstruídos. A filtragem proposta por Archer & Wagner reduziu significativamente os erros nos espectros reconstruídos, especialmente em energias abaixo de 95 kV. Em suma, este estudo proporcionou uma compreensão abrangente do método indireto, suas limitações e possíveis soluções. Sugere-se a incorporação do parâmetro CH em futuras otimizações do modelo. Essas descobertas podem contribuir para o desenvolvimento de uma ferramenta computacional que estime espectros de raios X e parâmetros de qualidade, auxiliando na prática clínica em radiodiagnóstico.

Palavras-chave: espectro de raios X, método indireto, estimação de espectros, qualidade do feixe, exames radiográficos.

ABSTRACT

This study analyzed the indirect method for estimating X-ray spectra using the model proposed by Archer & Wagner (1988) and its application in assessing the quality of X-ray beams in radiographic examinations. Experimental and simulated data were collected, obtaining experimental transmission curves and spectra at different X-ray energies. Mathematical models and interpolation techniques were applied to estimate the necessary attenuation coefficients. Quality parameters of the beam, such as the 1st Half-Value Layer (HVL), 2nd HVL, and coefficient of homogeneity (CH), were calculated and compared with established quality standards. Cubic Spline interpolation showed the lowest reconstruction error compared to other existing models. The analysis of quality parameters indicated that the use of the CH parameter could result in better agreement with simulated spectra. The exhaustive search method revealed uncertainties in estimating the model parameters, emphasizing the need to explore the relationship between these parameters and the reconstructed spectra. The proposed filtering technique by Archer & Wagner significantly reduced errors in the reconstructed spectra, particularly at energies below 95 kV. In conclusion, this study provided a comprehensive understanding of the indirect method, its limitations, and potential solutions. The incorporation of the CH parameter in future model optimizations is suggested. These findings may contribute to the development of a computational tool for estimating X-ray spectra and quality parameters, thereby assisting in clinical practice in radiodiagnostics.

Keywords: *X-ray spectrum, indirect method, spectrum estimation, beam quality, radiographic examinations.*

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Espectro de raios X	19
Figura 2 - Comportamento da atenuação do material por um feixe de fótons.....	22
Figura 3 – Síntese do método indireto. Fonte (Autor).	30
Figura 4 -Síntese do método indireto	35
Figura 5 - Aparato experimental utilizado para determinação da CSR.....	42
Figura 6 - Exemplos de curvas de transmissão e respectivo espectro obtido pelo modelo de Archer & Wagner. Modelo 1: $a=8,5$, $b=1$, $v=0,75$ e $r=0,9$. Modelo 2: $a=13,75$, $b=0,70$, $v=0,7$ e $r=0,8$	50
Figura 7 - Curva de transmissão dos dados experimental para 80 kV	55
Figura 8 – (a) Curva de transmissão dos dados do Spekpy para 80 kV (b) Espectro para dados do Spekpy	56
Figura 9 - Sobreposição de modelos.....	57
Figura 10 - 1ª CSR pelas curvas de transmissão	58
Figura 11 - 2ª CSR pelas curvas de transmissão	58
Figura 12 - CH pelas curvas de transmissão.....	59
Figura 13 - 1ª CSR pelas curvas de transmissão	60
Figura 14 - 2ª CSR pelas curvas de transmissão	61
Figura 15 - CH pelas curvas de transmissão.....	61
Figura 16 - Análise da correlação entre os erros para 80 kV.	62
Figura 17- Critério de ordenamento do método busca exaustiva	63
Figura 18 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados.....	64
Figura 19 - RMSE dos espectros e respetivas curvas de transmissão para os resultados gerados pelo método de busca exaustiva para 80 kV.	67
Figura 20 - Melhores pontos de filtragem para cada espectro.	68
Figura 21 Análise do RMSE dos espectros e respectivas curvas de transmissão obtidos através do ordenamento pelos melhores espectros (a e b)	68
Figura 22 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem de 1 g/cm^2 (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem de 1 g/cm^2 (d) Curva de transmissão filtrada	69
Figura 23 - 1ª CSR calculada com dados experimentais	71
Figura 24 - 2ª CSR calculada com dados experimentais	71
Figura 25 – CH calculada com dados experimentais	72
Figura 26- Análise da correlação entre os erros para 80 kV para dados experimentais.....	73
Figura 27 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados.....	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Qualidades de radiação segundo IEC 61927	25
Tabela 2 - Síntese dos modelos para estimação dos coeficientes de atenuação.	31
Tabela 3- Constantes modelos da literatura.....	46
Tabela 4 - Resultados a partir do ordenamento de melhores curvas	65
Tabela 5 – Resultados a partir do ordenamento de melhores espectros	65
Tabela 6 - Resultados dos parâmetros e erros associados para ordenamento das melhores curvas	75
Tabela 7 - Resultados dos parâmetros e erros associados para ordenamento dos melhores espectros	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANVISA	Agência Nacional de Vigilância Sanitária
CH	Coeficiente de Homogeneidade
CNEN	Comissão Nacional de Energia Nuclear
CSR	Camada Semirredutora
DATASUS	Departamento de Informática do Sistema Único de Saúde
DR	Digital radiography
GSA	Método de recozimento generalizado
IN	Instrução Normativa
MC	Monte Carlo
NIST	National Institute of Standards and Technology
RDC	Resolução da Diretoria Colegiada
RMSE	Root Mean Squared Error
TABNET	Tabulador genérico de domínio público
UFCSPA	Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 OBJETIVOS.....	18
2.1 OBJETIVO GERAL	18
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	18
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
4.1 Espectro de raios X	19
4.2 Atenuação do feixe de raios X	21
4.3 Camada Semirredutora e coeficiente de homogeneidade	23
4.4 Qualidades de radiação de referência	24
4.4 Métodos diretos e métodos indiretos de estimação de espectros	26
5 TRABALHOS RELACIONADOS	27
5.1 Estado da arte dos métodos indiretos	27
5.2 Estado da arte dos modelos para estimação dos coeficientes de atenuação	30
6 METODOLOGIA	34
6.1 Síntese do método indireto	34
6.1.1 Dedução matemática do método indireto	35
6.1.2 A Função de transmissão <i>Td</i> de Archer & Wagner (1988)	39
6.2 Obtenção de dados	41
6.2.1 Dados experimentais	42
6.2.2 Dados simulados	43
6.3 Metodologias para cálculo do coeficiente de atenuação	44
6.3.1 Coeficientes de atenuação a partir de modelos da literatura	45
6.3.2 Coeficientes de atenuação através de interpolação	46
6.4 Análise das metodologias para determinação dos parâmetros de qualidade (1 ^a e 2 ^a CSR e CH)	47
6.4.1 Metodologia de cálculo dos parâmetros de qualidade pelas curvas de transmissão	48
6.4.2 Cálculo dos parâmetros de qualidade a partir do espectro.	49
6.5 Análise do modelo de Archer & Wagner	49
6.5.1 Problemas de estimação dos parâmetros do modelo	49
6.5.2 Método de busca exaustiva	51

6.5.3 Aplicação da técnica de filtragem de Archer & Wagner (1989)	51
6.5.4 Métricas de análise	52
6.6 Estimação dos espectros a partir dos dados experimentais	54
7 RESULTADOS E DISCUSSÃO	54
7.1 Dados experimentais	54
7.2 Dados simulados	55
7.3 Resultados da análise dos coeficientes de atenuação no método indireto	56
7.4 Cálculo dos parâmetros de qualidade dos dados simulados	57
7.5 Cálculo dos parâmetros de qualidade pelos espectros	59
7.6 Reconstruções dos espectros pelo método busca exaustiva	63
7.7 Aplicação da técnica de filtragem	67
7.8 Aplicação da metodologia em dados experimentais	70
7.8.1 Cálculo dos parâmetros de qualidade	70
7.8.2 Reconstrução espectral pela busca exaustiva com filtragem	74
7.9 CONCLUSÃO	77
8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	78
8.1 Análise de identificabilidade dos parâmetros do modelo	78
8.2 Análise aprofundada da correlação entre o método indireto e os parâmetros de qualidade	78
8.3 Proposição de uma otimização não linear considerando parâmetros adicionais	79
8.4 Proposição de uma ferramenta computacional	79
REFERÊNCIAS	80
APÊNDICE A – CURVAS DE TRANSMISSÃO EXPERIMENTAIS	86
APÊNDICE B – CURVAS DE TRANSMISSÃO E ESPECTROS SIMULADOS	92
APÊNDICE C – MÉTODO DE BUSCA EXAUSTIVA DE DADOS SIMULADOS	100
APÊNDICE D – TÉCNICA DE FILTRAGEM – DADOS SIMULADOS	109
APÊNDICE E – MÉTODO DE BUSCA EXAUSTIVA E TÉCNICA DE FILTRAGEM – DADOS EXPERIMENTAIS	122

1 INTRODUÇÃO

O exame de raios X é uma das modalidades diagnósticas mais utilizadas para identificação de alterações nas estruturas dos ossos e órgãos. Segundo uma pesquisa realizada no TabNet do DATASUS foram realizados mais de 161 milhões de exames de radiografia no Sistema Único de Saúde (SUS) somente no ano de 2020 (BRASIL, 2020). Dessa forma, a garantia da qualidade dos equipamentos radiográficos e dos parâmetros físicos associados a estes são fundamentais para garantir segurança aos procedimentos radiológicos.

No exame radiológico o tubo de raios X emite um feixe de radiação que passa pelo corpo do paciente e chega ao receptor de imagem (TAUHATA, 2013). Um dos indicadores de qualidade de um equipamento de raios X é a caracterização dos feixes pois permite analisar parâmetros que podem ser usados para minimizar a dose de radiação recebida pelo paciente e para garantir uma imagem com qualidade adequada para o diagnóstico médico (LINKE, 2008). Sabe-se que a radiação ionizante interage direta ou indiretamente com o DNA, podendo causar efeitos biológicos como mutações e até mesmo câncer (TAUHATA, 2013). Assim, normas de controle de exposição e de segurança dos equipamentos foram criadas para legislar os procedimentos radiológicos. Dentre essas normas, pode-se citar a Norma 3.01 da Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) e a Resolução da Diretoria Colegiada (RDC) N° 611 da Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA). (CNEN, 2011; ANVISA, 2022).

Uma das maneiras de caracterizar um feixe é através do espectro de raios X, o qual consiste em uma curva padrão que relaciona o número de fótons emitido em termos da distribuição de energia presente no feixe (KUNZEL *et al*, 2004). O espectro de raios X constitui na representação mais completa de um feixe, pois fornece informações detalhadas sobre a distribuição dos fótons em termos da qualidade e a quantidade desse feixe (KHARRATI; ZARRAD, 2003; KUNZEL *et al*, 2004; TOMAL, 2015). Ainda, o conhecimento do espectro de raios X permite que vários parâmetros de qualidade do feixe, como a Camada Semiredutora (CSR), a energia média e efetiva e o coeficiente de homogeneidade, possam ser obtidos numericamente, possibilitando

a comparação direta destes parâmetros com os obtidos por aplicações clínicas (TOMAL, 2015).

A obtenção do espectro de raios X pode ser feita de forma experimental a partir de métodos diretos, que utilizam um equipamento denominado espectrômetro. Tais métodos diretos foram amplamente aplicados na literatura (DI CASTRO, 1984; KÜNZEL, 2006; OKINO, 2014; GATTO *et al.*, 2021), mas o seu uso requer investimento devido ao custo alto de aquisição do equipamento, qualificação e tempo do operador, demandando que os laboratórios disponham de funcionários especializados para estas análises. (PAMPLONA; COSTA, 2010). Do ponto de vista para aplicação clínica de espectros, a utilização do espectrômetro exige uma habilidade para medir os parâmetros de fluência e de tempo morto, que nem sempre são acessíveis de medir em equipamentos clínicos. Além disso, com equipamentos e profissionais disponíveis, podem ocorrer incertezas nas medidas experimentais quando um espectrômetro é utilizado, dentre as quais pode-se citar: as distorções relativas à eficiência inerente do detector, ao escape da radiação secundária, a coleção incompleta de cargas, efeitos de aprisionamento de portadores, dentro outras (TOMAL, 2015).

Diante das limitações mencionadas, torna-se desejável o desenvolvimento de abordagens alternativas para a obtenção do espectro de raios X. Nesse contexto, os métodos indiretos consistem na estimação do espectro de raio X a partir da aplicação de dados experimentais de fácil coleta, como dados de kerma no ar, a modelos matemáticos. Tais métodos vêm sendo estudados desde a década de 30 até os dias atuais (SILBERSTEIN, 1932; GREENING, 1950; ARCHER; WAGNER, 1982; ARCHER; WAGNER, 1988 PAMPLONA; COSTA, 2010; MALEZAN, 2013; SANTOS; COSTA, 2018; GONÇALVES *et al.*, 2020, VISBAL *et al.*, 2022). Segundo Malezan, a determinação da distribuição espectral associada a um modelo matemático é uma alternativa experimental de fácil aplicação, contando com aparato experimental simplificado e de baixo custo quando comparado a métodos diretos de determinação espectral (MALEZAN, 2013).

Dentre os trabalhos mais relevantes da literatura, Archer & Wagner (1982) propuseram uma metodologia para determinar espectros a partir de um modelo analítico baseado em pares de Transformada de Laplace (ARCHER; WAGNER, 1982). Em um estudo posterior (ARCHER; WAGNER, 1988), os autores estenderam

o mesmo modelo, incluindo a contribuição dos raios X característico no espectro total. Apesar do modelo ter sido publicado há mais de 30 anos, a sua aplicação ainda é notoriamente aplicada em diversas publicações (MALEZAN, 2013; MALEZAN *et al*, 2015; SANTOS; COSTA, 2018; GONÇALVES *et al.*, 2020, SILVA, 2020; VISBAL *et al.*, 2022).

No entanto, apesar do potencial das metodologias indiretas de determinação do espectro de raios X e um conjunto considerável de aplicações, poucos estudos (BAIRD, 1981; HUANG *et al*, 1981; ARCHER; WAGNER, 1985) discutiram de forma mais detalhada as limitações dessas metodologias. Baird (1981) destacou que as deficiências do método indireto não podem ser melhoradas apenas com uma proliferação de parâmetros ajustáveis. Ao contrário disso, o autor explanou que é fundamental buscar um modelo analítico confiável, com um número mínimo de parâmetros, que considere características essenciais dos espectros de raios X para ajustar os dados de atenuação (BAIRD, 1981). Huang *et al* (1981) reconheceu que o modelo possuía imprecisões maiores em relações a picos de energia mais altas. Já Archer & Wagner (1985) fizeram um estudo a parte apenas para analisar limitações do modelo indireto que os mesmos haviam proposto em um estudo anterior (ARCHER; WAGNER, 1982). Uma dessas análises se deu para investigar a ocorrência de uma singularidade nos espectros reconstruídos pelo quando o parâmetro ν era ajustado em um intervalo específico (ARCHER; WAGNER, 1985).

Assim, torna-se relevante estabelecer uma análise completa do método indireto. Tal entendimento é fundamental para que os aspectos inerentes à modelagem sejam bem definidos para que, posteriormente, tal modelagem possa ser utilizada na prática clínica. A utilização dos métodos indiretos na prática clínica poderia ser executada a partir de uma ferramenta computacional que fornecesse o espectro de raios X e os parâmetros de qualidade da radiação, como a 1ª e 2ª Camada Semi-redutora (CSR) e o coeficiente de homogeneidade (CH). No entanto, apenas desenvolver uma ferramenta computacional do método indireto sem o estudo aprofundado dos parâmetros não lineares do modelo e das outras modelagens que são necessárias para aplicação do método, não seria o suficiente para torná-la referência nos estudos dosimétricos.

Com base no que foi descrito, o presente trabalho tem como objetivo responder a seguinte questão de pesquisa: Quais são as principais limitações e incertezas do método indireto para determinação do espectro de raios X e como contorná-las?

A contribuição principal deste trabalho foi apresentar uma análise aprofundada do método indireto para determinação do espectro de raios X para todo o intervalo de energia do radiodiagnóstico. Este trabalho analisa o método indireto sustentado em três pilares através de uma análise crítica estruturada. São eles: análise dos coeficientes mássicos de atenuação, análise dos parâmetros não lineares do modelo de Archer & Wagner (1988) e análise da discrepância do modelo em comparação com simuladores em diferentes energias do radiodiagnóstico.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Avaliar o método indireto para estimação dos espectros de raio X utilizando o modelo de Archer & Wagner (1988) visando a sua utilização na análise da qualidade de feixes de raio X em exames radiográficos.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- analisar qualitativamente e quantitativamente aspectos relativos à modelagem matemática de estimação do espectro de raios X baseados em métodos indiretos;
- analisar o método indireto com enfoque na análise dos parâmetros do modelo, da metodologia para estimação dos coeficientes de atenuação e da influência da energia no resultado espectral;
- Avaliar métodos para o cálculo dos parâmetros de qualidade do feixe (1ª CSR, 2ª CSR e CH) utilizando abordagens aplicáveis ao método indireto e comparar com os padrões de qualidade estabelecidos;
- realizar uma análise de discrepância dos espectros reconstruídos pelo método indireto a partir de dados experimentais e comparar com os espectros obtidos por simuladores da literatura;

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

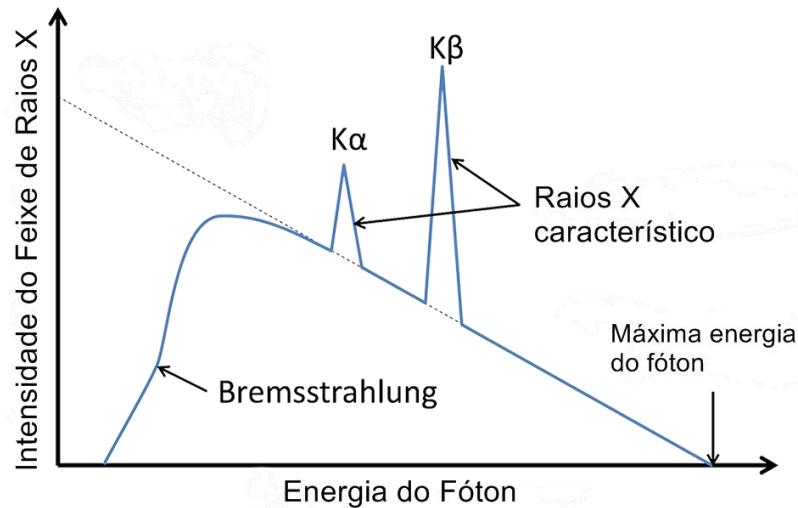
Neste capítulo serão apresentados os principais fundamentos teóricos necessários para o desenvolvimento deste projeto de pesquisa. O capítulo foi dividido em subseções, associadas aos conceitos teóricos de origem física que são imprescindíveis para o entendimento do método indireto.

4.1 Espectro de raios X

O espectro de raios X é uma curva (figura 1) que descreve a frequência do número de fótons em função da energia e é caracterizada por uma curva contínua (decorrente dos raios X de freamento) e por linhas discretas, decorrentes dos raios X característicos. Na radiação de freamento ocorre a criação de um fóton de raios X a partir da desaceleração brusca que um elétron sofre por ser atraído pelo campo coulombiano do núcleo. Já na radiação característica ocorre a captura ou a expulsão de elétrons oriundos da camada interna por um núcleo instável. Tal captura ou expulsão gera um vazio no orbital que então é preenchido por um elétron sob forma de radiação X (OKUNO; YOSHIMURA, 2010; TAUHATA, 2013).

A máxima energia dos fótons, dada em keV, consiste na máxima energia cinética dos elétrons que se chocam na trilha e é proporcional a tensão de aceleração, dada em quilovoltagem (kV). Um espectro de raios X pode ser modificado em termos da quantidade ou da qualidade do feixe (FIRMINO, 2010).

Figura 1 - Espectro de raios X



Fonte: Adaptado de Radiology Café (2022)

O Código de Prática para a dosimetria em radiodiagnóstico, TRS (Technical Reports Series) nº 457, publicado pela Agência Internacional de Energia Atômica (AIEA) em 2007, define a qualidade do feixe de radiação como a medida do poder de penetração dos raios X. Esse código apresenta padronizações para laboratórios de dosimetria e calibração e também apresenta recomendações sobre a utilização de equipamentos e aplicações dos Testes de Controle de Qualidade para as clínicas de radiodiagnóstico (FRANCISCATTO, 2009). Dessa forma, dizer que o espectro foi modificado em termos da quantidade do feixe significa dizer que a amplitude do espectro varia de forma proporcional. Já dizer que a variação do espectro varia igualmente de forma proporcional, significa dizer que o espectro sofreu alteração no número de fótons em cada energia, ou seja, houve variação no poder de penetração do feixe (FIRMINO, 2010).

Cinco parâmetros são fundamentais para a definição e alteração desse espectro: a quilovoltagem aplicada ao tubo de raios X, a corrente que circula pelo anodo, a filtração total o *ripple* de tensão e o material do alvo. Define-se quilovoltagem (kV) como a diferença de potencial associada a operação do tubo de raios X, indicada no painel do controle do equipamento. Por outro lado, a quilovoltagem pico (kVp) trata-se do potencial máximo ao qual o tubo é submetido em um ciclo de voltagem. A variação associada a essas diferenças de potencial influenciam na forma como o feixe é penetrado pela radiação, ocasionando em alterações na imagem e na dose do paciente (SOUZA, 1996). Já a tensão do tubo e o tipo de suprimento de alta tensão

estão associados a energias mais altas e, portanto, possuem influência direta na formação da imagem radiográfica (FIRMINO, 2010).

A não filtração dos fótons de baixa energia resultam na atenuação dos fótons por órgãos e tecidos humanos sem que haja contribuição para a imagem radiográfica e, portanto, ocasionando apenas no aumento de dose dos pacientes. Logo, a filtração correta elimina tais fótons (reduzindo, por consequência, a dose ao paciente) e aumenta a energia efetiva do feixe de raios X (SOUZA, 1996). A caracterização do espectro de raios X em termos da quantidade e da qualidade do seu feixe está relacionada a intensidade desse feixe. A redução dessa intensidade, ocasionada quando o feixe de raios X atravessa um determinado meio é definida pelo conceito de atenuação (OKUNO; YOSHIMURA, 2010).

4.2 Atenuação do feixe de raios X

Para um feixe monoenergético, quando os raios X atravessam um dado meio, o seu número de fótons diminui em quantidade e, portanto, pode-se dizer que o feixe sofreu uma atenuação. Tal atenuação obedece a lei de Lambert-Beer, dada por:

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot d} \quad (1)$$

onde I_0 e I consistem, respectivamente, na intensidade do feixe antes e depois de atravessar o material de espessura d e μ é o coeficiente de atenuação linear do meio, que depende do material do meio e da energia da radiação (OKUNO; YOSHIMURA, 2010).

Segundo Attix (1986), o coeficiente de atenuação permite relacionar a seção de choque total com o número de átomos por unidade de volume do material. Não considerando as reações fotonucleares, o coeficiente de atenuação linear pode ser escrito como:

$$\mu = \sigma + \kappa + \tau \quad (2)$$

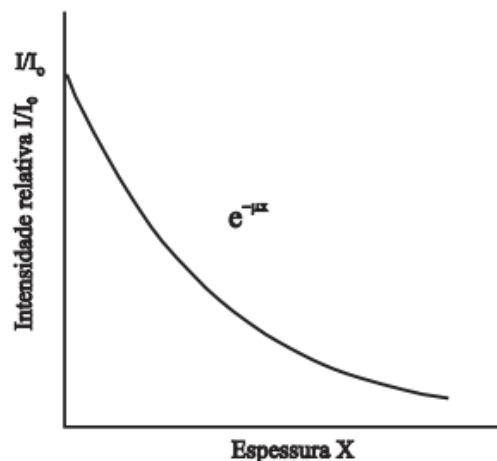
em que σ é o coeficiente de atenuação linear Compton total (espalhamento e absorção) e está associado com a probabilidade do fóton ser espalhado para fora da

direção inicial do feixe do material absorvedor. κ é o coeficiente de atenuação devido ao efeito fotoelétrico e τ é o coeficiente de atenuação devido a produção de pares (TAUHATA *et al*, 2013).

De acordo com o tipo de interação e com o material, o coeficiente de atenuação linear pode variar com a energia do feixe e com o seu estado físico ou fase. Por exemplo, para água no estado líquido, o coeficiente de atenuação linear é dado por $0,214 \text{ cm}^{-1}$; para estado sólido, o coeficiente de atenuação linear é dado por $0,196 \text{ cm}^{-1}$ e para o estado gasoso, o valor será de $1,28 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$ (OKUNO; YOSHIMURA, 2010). Dessa forma, de forma a simplificar essas especificidades, pode-se dividir os valores desses coeficientes de atenuação pela densidade do material atenuador em cada um destes estados, condição que é denominada de coeficientes mássicos de atenuação $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)$ (TAUHATA *et al*, 2013).

A figura 2 demonstra o comportamento exponencial do processo de atenuação. Essa curva é denominada de atenuação ou de transmissão. Basicamente, a curva de transmissão demonstra o decaimento relativo da intensidade do feixe de fótons em função da espessura ao qual o feixe está sendo atenuado (OKUNO; YOSHIMURA, 2010).

Figura 2 - Comportamento da atenuação do material por um feixe de fótons



Fonte: Tauhata *et al* (2013).

A intensidade de um feixe de raios X permite avaliar a atenuação do feixe em uma espessura de interesse a partir de um parâmetro denominado de Camada Semirredutora (CSR) a qual será explorado a seguir (SOUZA, 1996).

4.3 Camada Semirredutora e coeficiente de homogeneidade

A camada semirredutora (CSR) consiste na espessura de um material capaz de atenuar o feixe de raios X em 50% do valor inicial. Possui relação direta com a qualidade do feixe de raios X, associada à medida de penetrabilidade da radiação, sendo o método mais empregado para inferir sobre a filtração total de um equipamento, a partir de uma análise numérica. Diversos fatores influenciam na relação entre filtração total de um feixe de raios X e a CSR e, portanto, normas técnicas de diversos países incluindo o Brasil, fixam apenas valores mínimos para a CSR e para determinadas tensões de tubo (kV) e número de fases do gerador (LACERDA, 2007).

Para um feixe monoenergético, a CSR pode ser calculada a partir da lei de Lambert-Beer, definida pela equação 1. Isso decorre do fato de que a intensidade para este feixe é proporcional ao número de fótons e, por consequência, pode-se dizer que a intensidade da radiação que atravessa esse material com uma espessura $d_{1/2}$ é reduzida pela metade com relação à intensidade incidente, conforme a equação 3:

$$I_0 = \frac{I_0}{2} \cdot e^{-\mu \cdot d_{1/2}} \quad (3)$$

Dividindo o termo I_0 e tomando o logaritmo da expressão a fim de isolar o termo $d_{1/2}$, chega-se na equação 4:

$$d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} \quad (4)$$

Comparando a definição da equação 3 e 4 com a definição de CSR, pode-se concluir que $d_{1/2}$ é a própria CSR. Dessa forma, pode-se concluir que a CSR não depende da intensidade e, portanto, não depende nem da corrente elétrica nem do tempo de exposição do tubo de raios X. A única dependência está no coeficiente de atenuação linear (CURRY *et al*, 1990).

Do ponto de vista prático, um feixe de raios X associado ao radiodiagnóstico não é monoenergético, ou seja, possui fótons de diferentes energias e faixas, o que impossibilita que a CSR possa ser calculada pela lei de Lambert Beer. Em outras palavras, a CSR depende da distribuição espectral do feixe de fótons (ESCARPINATI, 2007). Dessa forma, métodos experimentais devem ser utilizados para determinar

esse parâmetro, sendo o método proposto por Trout *et al.*, o mais usual (TROUT *et al.*, 1960).

Basicamente, esse método considera o posicionamento de um medidor de radiação a uma distância determinada do tubo de raios X e um medidor de radiação para obter as leituras de exposição. Assim, o feixe deve ser colimado e a partir de exposições realizadas, o dosímetro deve ler as medidas para um valor de kV em função da espessura do material atenuador. De posse dos dados, a curva de transmissão ou atenuação é gerada a partir dos valores de exposição em função da espessura do material absorvedor utilizado. A partir da curva de atenuação, deve-se interpolar os valores para estimar a espessura correspondente à metade do valor inicial de exposição (ESCARPINATI, 2007).

Apesar da CSR ser um indicador da qualidade do feixe de raios X, valores próximos de CSR podem ser obtidos para feixes de características espectrais diferentes. Assim, Trout *et al.* (1960) sugeriu o cálculo de uma segunda medida, denominada de 2ª CSR. A 2ª CSR consiste na espessura de um material capaz de atenuar o feixe de raios X em 25% do valor inicial. A partir da definição da 1ª e da 2ª CSR, a equação 5 define o coeficiente de homogeneidade (CH), que é dado pela razão entre a 1ª e a 2ª CSR:

$$CH = \frac{1^{\text{a}} \text{ CSR}}{2^{\text{a}} \text{ CSR}} \quad (5)$$

Quanto mais homogêneo for o feixe, mais próximo de um este será, sendo igual a um apenas na condição de um feixe monoenergético, cujos valores para 1ª e 2ª CSR seriam iguais neste caso (ESCARPINATI, 2007). A partir dos parâmetros de 1ª e 2ª CSR e dos valores de CH, foram definidas qualidades de radiação de referência para padronização de equipamentos de raios X, descritas na próxima seção.

4.4 Qualidades de radiação de referência

As qualidades de radiação de referência foram desenvolvidas por organizações, como a *International Electrotechnical Commission* (IEC), com o intuito padronizar os valores de CSR e CH para um intervalo específico de aplicação. Por exemplo, a

norma IEC 61267 estabelece níveis de referência denominados de RQRs para padronizar as medidas metrológicas dos equipamentos ao longo dos laboratórios mundiais de calibração (GENEVA, 2005). As RQRs, descritas na Tabela 1, são apresentadas em termos da tensão aplicada ao tubo (kV) no intervalo de 40 até 150 kV e apresentam os valores mínimos de CSR e CH para cada kV (FRANCISCATTO, 2009).

Tabela 1- Qualidades de radiação segundo IEC 61927

Qualidades de radiação	Tensão aplicada ao tubo (kV)	Primeira Camada Semirredutora (mmAl)	Coefficiente de homogeneidade
RQR 2	40	1,42	0,81
RQR 3	50	1,78	0,76
RQR 4	60	2,19	0,74
RQR 5	70	2,58	0,71
RQR 6	80	3,01	0,69
RQR 7	90	3,48	0,68
RQR 8	100	3,97	0,68
RQR 9	120	5,00	0,68
RQR 10	150	6,57	0,72

Fonte: Geneva (2005)

Em termos de análise, as qualidades de radiação não necessariamente precisam estar associadas a estimação do espectro de raios X, no entanto, podem ser analisadas e obtidas a partir do mesmo. Essa análise pode permitir que cálculos dosimétricos e parâmetros para avaliação da qualidade da imagem ao qual o paciente está sendo submetido, possam ser analisados (SANTOS, 2009). Para que isso ocorra, é necessário mensurar o espectro de raios X. Essa mensuração pode ser feita de duas formas, que serão descritas na seção a seguir.

4.4 Métodos diretos e métodos indiretos de estimação de espectros

O espectro de raios X pode ser determinado a partir de dois métodos: métodos diretos e métodos indiretos. Métodos diretos são definidos como formas de obter o espectro de raios X a partir de equipamentos detectores denominados de Espectrômetros. Esses equipamentos consistem em instrumentos ópticos capazes de separar a radiação em termos dos seus componentes de frequência ou de comprimento de onda. A separação é dada através de um conjunto de linhas espectrais, cuja intensidade de radiação é dada pelo eixo das ordenadas e o número de onda é dado pelo eixo das abscissas (LEITE; PRADO, 2012).

No radiodiagnóstico, os detectores de Hp-Ge são amplamente utilizados para medir os espectros de energia de fótons, devido à resolução de energia e propriedades do transporte de carga associadas a alta pureza do cristal. Por outro lado, tais detectores exigem operações em temperaturas criogênicas, devido a pequenos intervalos de banda do germânio. Além disso, o seu arranjo experimental é pesado e de difícil mobilidade. Alternativamente, detectores semicondutores de banda larga e alto número atômico, como os detectores de CdZnTe e CdTe têm sido utilizados na rotina clínica, como uma alternativa mais acessível (ALAM, NASIM, HASAN; 2021). No entanto, os espectros medidos com detectores de CdTe apresentam maiores distorções espectrais quando comparados com os obtidos por Hp-Ge, pois apresentam uma resolução de energia pior e uma maior probabilidade de escape e de transporte deficiente de raios X fluorescentes (Tomal *et al* 2015).

Os métodos indiretos para estimar espectros de raios X são definidos como a aplicação dos dados experimentais de atenuação a modelos matemáticos para obtenção do espectro de raios X. Esses métodos consideram a reconstrução espectral a partir da definição de um modelo matemático para representar a curva de transmissão experimental e a obtenção do espectro a partir da aplicação da Transformada Inversa de Laplace nesse modelo definido.

Conforme relatado na Introdução, esses modelos matemáticos estão sendo estudados desde a década de 30 até os dias atuais e o modelo de Archer & Wagner (1988) é um dos modelos mais utilizados na literatura (ARCHER; WAGNER, 1982; ARCHER; WAGNER, 1988).

5 TRABALHOS RELACIONADOS

Nesta seção será realizado o estado da arte a partir de duas pesquisas realizadas para mapear os trabalhos relacionados ao método indireto. A primeira refere-se ao estado da arte dos diferentes estudos que aplicaram o método indireto de obtenção do espectro de raios X. Segundo Ferreira (2002), uma pesquisa de estado da arte é de caráter bibliográfico e visa traçar um mapeamento e discutir uma determinar produção acadêmica a partir de uma metodologia de caráter descritivo sobre o tema que busca investigar, a luz de outras metodologias que estão analisando o fenômeno a ser estudado (FERREIRA, 2002).

Já o segundo estado da arte refere-se a um panorama sobre os modelos para estimação dos coeficientes de atenuação, que são necessários para que o método indireto possa ser aplicado.

5.1 Estado da arte dos métodos indiretos

Em 1932, Silberstein tentou aproximar espectros através de um método chamado análise de atenuação, que foi posteriormente desenvolvido por Jones (1940) e outros (BELL, 1936; GREENING, 1953). Esse método envolve a aproximação de uma curva de atenuação de raios X com uma função analítica contendo vários parâmetros, com a transformada inversa de Laplace do modelo fornecendo um conjunto de dados exclusivo que pode aproximar o espectro de energia original.

Posteriormente, o estudo de Huang *et al.* (1981) renovou o interesse nessa técnica ao apresentar novos modelos para espectros de alta energia que forneceram melhores aproximações do que métodos de Monte Carlo ou modelos existentes. Entretanto, Huang reconheceu em seu estudo que seu modelo ainda possuía uma imprecisão em relação aos picos de energias altas. No mesmo período, Baird (1981) destacou a importância de selecionar o modelo correto, pois a escolha errada pode levar a espectros oscilatórios grosseiramente imprecisos (BAIRD, 1981). Apesar disso, Baird não ofereceu um modelo viável para a reconstrução espectral.

Sequencialmente, destacaram-se os trabalhos de Archer & Wagner (ARCHER; WAGNER, 1982; ARCHER; WAGNER, 1985; ARCHER; WAGNER, 1988; ARCHER; WAGNER, 1989). Inicialmente, o modelo desenvolvido por Archer & Wagner considerou apenas o espectro contínuo de Bremsstrahlung (ARCHER; WAGNER,

1982). Em um segundo momento, amparado pelo estudo de Rubio & Maninardi (1984), Archer & Wagner propuseram um modelo espectral que considerava também os raios X característicos, previstos com precisão a partir da análise de dados teóricos de atenuação (RUBIO; MANINARDI, 1984; ARCHER; WAGNER, 1988). Delgado (1999) testou o modelo de estimação de atenuação desenvolvido para o alumínio e para o cobre e, a partir de um par de transformadas de Laplace, obteve o espectro de raios X. Além disso, o autor comparou e analisou as curvas de atenuação obtidas a partir de diferentes metodologias (medição direta, medição pelo modelo proposto e medição a partir dos dados espectrais propostos por Birch (1979). (BIRCH, 1979; DELGADO, 1999).

Costa & Penha (2009) aplicaram o método indireto baseado na equação analítica de Greening (1953) para reconstruir espectros experimentais de feixes de raios X para baixas energias. Além disso, o autor analisou a energia média dos fótons para especificação das qualidades da radiação (GREENING, 1953; COSTA; PENHA, 2009). No entanto, os resultados do modelo espectral aplicado utilizando curvas de transmissão calculadas e os espectros reconstruídos apresentaram uma aproximação discrepante quando comparada aos dados experimentais. Dessa forma, o autor utilizou a energia média dos fótons determinada pelos espectros reconstruídos para relacionar e obter resultados satisfatórios, pelas especificações das qualidades de radiação (COSTA; PENHA, 2009).

O trabalho de Pamplona & Costa (2010) aplicou a mesma metodologia de Costa & Penha (2009) para obter o espectro de raios X para um equipamento de radiografia dentária (PAMPLONA; COSTA, 2010). Nesse estudo, o espectro reconstruído foi comparado com um espectro medido diretamente por Ankerhold (2000), correspondendo à qualidade de radiação RQR-5 da International Electrotechnical Commission (IEC) (ANKERHOLD, 2000; INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION, 1994). No estudo, o maior desvio entre a transmissão relativa medida e calculada foi de aproximadamente 2%. Já a comparação entre o espectro estimado pelo modelo e o medido pela RQR-5 demonstrou um comportamento próximo do ponto de vista qualitativo. Entretanto, a análise quantitativa da construção espectral, com a proposição e análise de uma métrica de erro, não foi realizada.

O trabalho de Malezan (2013) aplicou uma metodologia baseada em um método indireto de Archer & Wagner (1988) para obter o espectro de tubos de raios X

odontológicos de forma indireta (ARCHER; WAGNER, 1988). Utilizando curvas de transmissão de oito tubos disponíveis comercialmente, a reconstrução espectral obtida foi validada por espectrometria direta com detector de telureto de cádmio (CdTe). Ainda, foram realizados estudos sobre parâmetros de qualidade de imagem e desempenho dos tubos, com destaque para a relação entre SNR e KERMA na entrada da pele e foi realizada uma análise comparando a energia do feixe com o rendimento dos raios X (MALEZAN, 2013).

Em um estudo posterior, Malezan *et al.* (2015) empregou a mesma metodologia utilizada em sua pesquisa anterior (MALEZAN, 2013) para obter curvas de atenuação de equipamentos odontológicos comerciais de três fabricantes distintos: Dabi Atlante, Siemens e Gnatus. Utilizando uma rotina computacional para ajustar uma função de modelo, os resultados obtidos foram comparados com os espectros experimentais desses equipamentos. Os resultados indicaram que somente os equipamentos da Dabi Atlante apresentaram espectros semelhantes, enquanto os demais exigiram protocolos individualizados (MALEZAN *et al.*, 2015).

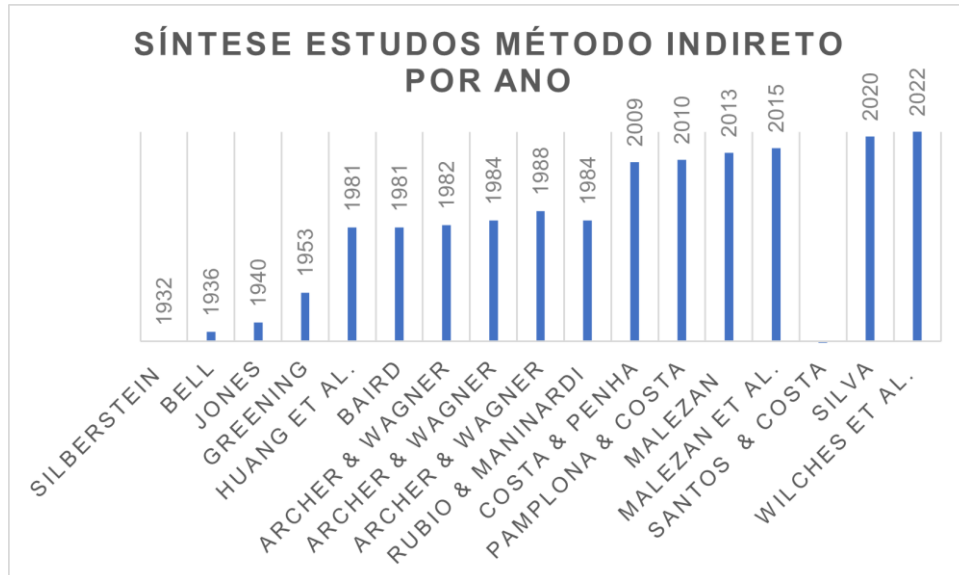
Santos & Costa (2020) também aplicaram o método indireto de Archer & Wagner para obter um espectro de um raio X terapêutico de quilovoltagem em duas abordagens (SANTOS; COSTA, 2018; SANTOS; COSTA, 2020). Nos dois estudos propostos, uma análise numérica a partir da CSR foi realizada, comparando a CSR obtida pela curva de atenuação com a CSR obtida a partir de uma equação matemática que permite obter os dados de Kerma a partir dos dados do espectro obtido pelo método indireto. No estudo de 2018, o erro relativo percentual entre os dois cálculos de CSR foi de 2,7% (SANTOS; COSTA, 2018). Já no artigo de 2020, foi adotada a mesma métrica de erro do estudo anterior, resultando no valor de 2,65% (SANTOS; COSTA, 2020). Em ambos os estudos, não houve nenhum tipo de comparação entre o espectro obtido a partir da transformada de Laplace com algum espectro de referência da literatura.

No estudo conduzido por Silva (2020), foram utilizados dados experimentais de um equipamento móvel de raios-X para avaliar o desempenho dos modelos de Greening (1953) e de Archer & Wagner (1988). Os resultados indicaram que a modelagem de Archer & Wagner (1988) proporcionou melhores ajustes na rotina de otimização utilizando o método de mínimos quadrados, tendo seus resultados comparados com o simulador IPEM78. No entanto, verificou-se que a estimação dos parâmetros nos modelos foi afetada por um elevado grau de incerteza, pois diferentes

combinações de valores dos parâmetros levaram a resultados semelhantes. Em outras palavras, foi observado que diferentes valores de parâmetros podem levar a modelos com qualidade similar durante a etapa de estimação dos parâmetros (SILVA, 2020).

Por fim, como uma alternativa aos ajustes por mínimos quadrados, Wilches *et al.* (2022) propuseram a reconstrução do método indireto de Archer & Wagner utilizando o método de recozimento simulado (GSA). O GSA é um dos métodos metaheurísticos mais populares e eficientes para solucionar problemas de otimização em que o ótimo global está oculto em muitos mínimos locais. A validação da metodologia foi realizada por meio da comparação das CSRs obtidas a partir das curvas de transmissão e dos espectros. Utilizou-se o erro médio percentual quadrático entre os dados de transmissão e a curva de ajuste de cada espectro, tendo sido obtidos valores abaixo de 1 % (WILCHES *et al.* 2022). A figura 3 apresenta uma síntese de alguns dos estudos que estudaram o método indireto ao longo dos anos.

Figura 3 – Síntese do método indireto. Fonte (Autor).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

5.2 Estado da arte dos modelos para estimação dos coeficientes de atenuação

De forma geral, a definição e análise dos coeficientes de atenuação desempenham um papel fundamental na obtenção de informações relevantes em diversas aplicações, abrangendo áreas industriais, biológicas, agrícolas, médicas, entre outras. Uma das aplicações clínicas significativas reside no uso desses coeficientes para cálculos relacionados à penetração de fótons e à deposição de energia, visando a avaliação da blindagem biológica e de outros materiais dosimétricos (AKÇA; ERZENEÖĞLU, 2014). Em decorrência dessa aplicação, vários modelos foram desenvolvidos e avaliados ao longo de décadas, com o objetivo de estimar com precisão os coeficientes de atenuação mássicos.

Dentre as aplicações que exigem o cálculo dos coeficientes de atenuação está a aplicação do método indireto. Matematicamente, para obter os espectros de raios X a partir do método indireto, é necessário estimar os coeficientes de atenuação para o intervalo de energia do espectro a ser obtido. A estimação desses coeficientes de forma experimental é complexa tanto na execução do experimento quanto no emprego dos equipamentos (ANGELONE *et al* 2001). A tabela 2 sintetiza onze estudos que propuseram metodologias para estimar os coeficientes de atenuação. Os modelos foram classificados em: empíricos, semiempíricos e experimentais.

Tabela 2 - Síntese dos modelos para estimação dos coeficientes de atenuação.

Autor	Síntese
Hubbel (1982)	Modelo semiempírico baseado na tabulação de equações teóricas para estimar os coeficientes mássicos de atenuação para elementos de número atômico no intervalo de $Z = 1$ até $Z = 92$, no intervalo de energia de 1 keV até 20 MeV. (HUBBEL, 1982).
Ouellet & Schreiner (1991)	Proposição de um conjunto de equações paramétricas acompanhadas pelo ajuste não linear de 148 constantes para estimar os coeficientes de atenuação de elementos de $Z = 1$ até $Z = 92$ no intervalo de energia de 1 a 150 keV.
Orlic <i>et al</i> (1993)	Parametrização dos coeficientes mássicos de atenuação para o intervalo de energia de 0.1 a 1000 keV a partir do ajuste não linear da equação de Campbell (CAMPBELL, 1989).
Angelone <i>et al</i> (2001)	Foi desenvolvido um modelo para estimar os coeficientes mássicos de atenuação para 22 elementos de alta pureza, medidos em intervalos de energia correspondentes a feixes de raios-X de 13 a 50 keV. Esse modelo é baseado nos coeficientes de atenuação calculados pela Lei de Lambert-Beer

	a partir de dados experimentais coletados com um detector de germânio de alta pureza (HPGe).
Assiamah <i>et al</i> (2003)	Os coeficientes de atenuação foram estimados por meio de funções polinomiais, utilizando-se dois subintervalos de energia para realização de ajustes não-lineares e estimativa dos parâmetros da equação polinomial. Foram feitos dois ajustes distintos: um para o subintervalo de 1 a 20 keV e outro para o subintervalo de 20 a 200 keV.
Okunade (2007)	Foi desenvolvido um software que utiliza a parametrização dos coeficientes mássicos de atenuação na faixa de energia de 1 a 400 keV para estruturas de tecidos corporais e/ou substitutos com composição elementar percentual por peso. O intervalo de energia foi dividido em subintervalos e foram realizados ajustes não-lineares dos parâmetros em cada subintervalo definido.
Kerur <i>et al</i> (2010)	Foi desenvolvido um modelo experimental para estimar os coeficientes de atenuação de raios X de baixa energia, empregando um detector de germânio puro (HPGe). Foram obtidos os coeficientes de atenuação para seis elementos químicos e três equivalentes biológicos, e os resultados experimentais foram comparados com os resultados teóricos da literatura. Em quase todas as amostras de energia apresentadas, o desvio obtido foi menor do que 1%.
Böke (2014)	Estimação dos coeficientes de atenuação linear para alguns tecidos (associados aos rins, músculos, fígado e gordura), para o intervalo de energia de 1 keV a 150 keV a partir de uma modelagem via Simulação Monte Carlo. Segundo o autor, a metodologia relacionada a estimação dos parâmetros para esses materiais ainda não havia sido explorada na literatura.
Odedele <i>et al</i> (2016)	Proposição de uma plataforma em Java baseada na reprodução da metodologia proposta pelo estudo de Okunade (2007) para estimar os coeficientes de absorção e atenuação em massa para 17 elementos químicos presentes nos tecidos humanos.
Manjunatha <i>et al</i> (2017)	Modelo de estimação de coeficientes de atenuação de 1 keV a 20 MeV a partir do ajuste de equações empíricas que relacionam os coeficientes mássicos de atenuação com a energia, para elementos no intervalo de $Z = 1$ até $Z = 92$. Os autores dividiram o intervalo de energia em sub-regiões e escolheram a função polinomial que melhor se ajustava a região de interesse.

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Dos onze modelos descritos na tabela 2, oito foram classificados como abordagens semiempíricas; um estudo foi classificado com empírico e dois foram

classificados como experimentais. Os dois modelos (ANGELONE *et al*, 2001; KERUR *et a* 2010) baseados em metodologias experimentais consideraram o emprego de um detector de HpGe. Esses estudos relataram uma alta incerteza experimental, que atribuíram a complexidade tanto no emprego do experimento quanto na utilização do detector. Logo, no presente estado da arte, é justificável que poucos estudos propuseram essa metodologia para cálculo dos coeficientes de atenuação a partir de experimento.

Por outro lado, a maioria dos estudos estimou os coeficientes de atenuação de materiais para raios-X a partir de uma análise teórica que relaciona conceitos fundamentais com parâmetros físicos experimentais, utilizando funções matemáticas adequadas. Esses dados teóricos são definidos a partir de conceitos-chave, como as formas de interação da radiação com a matéria em termos de sua energia e a composição dos materiais. Muitos modelos analisados utilizaram dados teóricos das mesmas referências, o que explicaria por que a maioria deles é classificada como modelos semi-empíricos. Um exemplo desse tipo de modelo é o desenvolvido por Hubbel (1982), que, a partir da associação dos conceitos mencionados acima, tabulou os coeficientes de atenuação em termos de sua energia e número atômico utilizando a lei de Lambert-Beer (HUBBEL, 1982).

Posteriormente, Hubbel em colaboração com outros pesquisadores do *National Institute of Standards and Technology* (NIST) (em português: Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia) aprimoraram o modelo e o disponibilizaram por meio de um programa de computador chamado XCOM (HUBBEL; BERGER; HOWARD, 1987). O NIST é uma agência governamental dos Estados Unidos responsável por administrar tecnologias e é uma referência primária na análise de parâmetros associados a radiações ionizantes.

De forma geral, verificou-se que a maioria dos estudos que foram analisados neste estado da arte propuseram modelos para aplicações limitadas a um intervalo de energia e de número atômico. Existem algumas exceções, como o de Orlic (1999), que propôs intervalos maiores de energia para a parametrização dos coeficientes de atenuação (100 eV a 1000 MeV), possibilitando o uso destes parâmetros para uma faixa de abrangência maior. Uma maior faixa de abrangência gera um impacto direto no espectro de aplicações, podendo contemplar diferentes modalidades na faixa de energia de diagnóstico e de tratamento (ORLIC *et al*, 1983). Já o modelo de Manjunatha (2017) propôs o mesmo intervalo de

abrangência do modelo de Hubbel (1982). Essa escolha limita a abrangência modelo, mas acaba facilitando a análise preditiva do mesmo, propiciando a comparação direta de todo o modelo proposto com o modelo de referência (MANJUNATHA *et al*, 2017).

6 METODOLOGIA

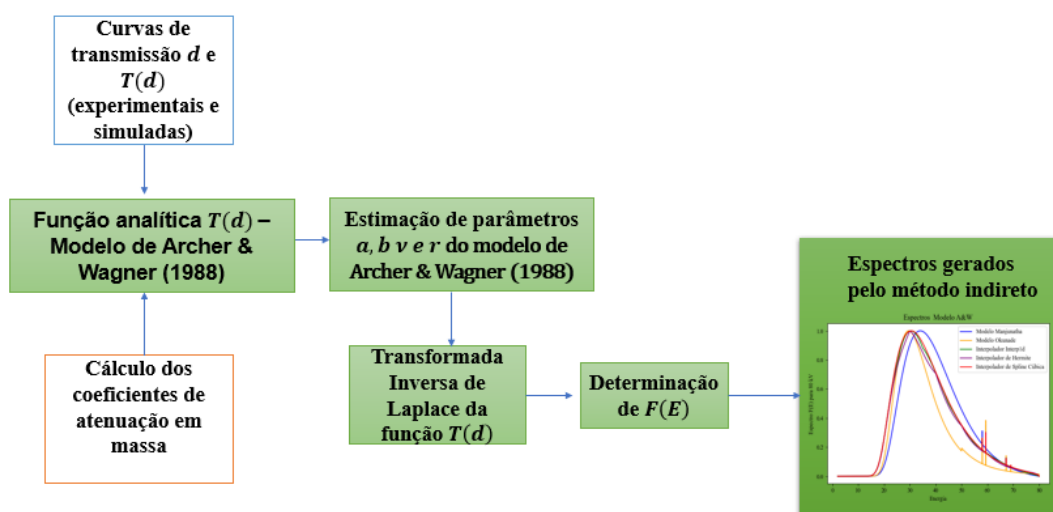
A seguir, serão apresentadas as etapas aplicadas na implementação e análise do método indireto, seguindo a metodologia estabelecida neste estudo. Resumidamente, as etapas principais envolvem: coleta de dados por meio de um experimento utilizando um equipamento de raio X e um medidor multipropósito, coleta de dados a partir de um simulador de referência; cálculo dos coeficientes mássicos de atenuação usando metodologias da literatura e metodologias propostas neste estudo; aplicação do método indireto com a utilização da técnica de filtragem adicional; e, por fim, cálculo dos parâmetros de qualidade, análise de discrepância e avaliação do método.

Toda a implementação foi realizada em linguagem *Python*. Na primeira seção, uma síntese do método indireto será apresentada. Em seguida, o procedimento de coleta de dados será descrito. E, por fim, todas as análises realizadas neste trabalho estão descritas.

6.1 Síntese do método indireto

O método indireto para obtenção do espectro requer algumas etapas prévias, tais como: a obtenção dos dados de transmissão a partir de curvas de transmissão; a definição de um modelo analítico para representar a transmissão $T(d)$ em termos da espessura e de parâmetros a serem estimados e a escolha de um modelo para estimar os coeficientes de atenuação (μ_m) para a faixa de energia de interesse. De posse da função $T(d)$, a transformada inversa de Laplace irá determinar a função $F(E)$, responsável por reconstruir o espectro de forma indireta. Neste trabalho foi escolhido o método indireto proposto por Archer & Wagner (1988) (ARCHER; WAGNER, 1988). A figura 4 mostra a síntese do método indireto.

Figura 4 - Síntese do método indireto



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Portanto, para aplicação do método indireto são necessárias duas modelagens: modelo de Archer & Wagner (1988), descrito na subseção 6.2 e modelos para cálculo dos coeficientes mássicos de atenuação, descritos na subseção 6.31. Costa & Potiens (2009) descreveram o formalismo matemático que permite chegar na obtenção dos espectros de raios X a partir do método indireto. Esse formalismo está descrito na seção 6.1.1

6.1.1 Dedução matemática do método indireto

O método indireto de estimação do espectro de raios X considera a definição da curva de transmissão relativa de raios X. A transmissão relativa está relacionada com o kerma no ar, que pode ser definido:

$$k = \frac{dE_{tr}}{dm} \quad (6)$$

em que dE_{tr} é a soma de todas as energias cinéticas iniciais de todas as partículas carregadas liberadas por partículas neutras ou fótons, incidentes em um material de massa dm (TAUHATA, 2013).

É possível também relacionar o kerma no ar com a fluência de energia (ψ) e com o coeficiente mássico de energia transferida ($\frac{\mu_{tr}}{\rho}$), que é dado em função da energia do fóton E para um material Z na equação 7 (TAUHATA, 2013):

$$k = \psi \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right) \quad (7)$$

onde ψ é a fluência dada pela equação 8:

$$\psi = \Phi E \quad (8)$$

com Φ sendo a distribuição de energia de fluência de partículas (COSTA; POTIENS, 2009). Logo, relacionando as equações 7 e 8, o kerma pode ser representado pela equação 10:

$$k = \Phi E \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right) \quad (9)$$

Para um espectro de energia, o feixe passa a ser polienergético e o kerma pode ser determinado segundo a equação 10:

$$k(d) = \int_0^{\infty} \Phi_E(d) \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right) dE \quad (10)$$

em que $\Phi_E(d)$ é a distribuição de fluência de partículas em termos da energia e dE é o diferencial de energia expresso em keV (PAMPLONA, 2010).

Quando um feixe estreito é atenuado por um material de espessura em massa d a distribuição em energia da fluência de partículas é definida por:

$$\Phi_E(d) = \Phi_E(0)e^{-\mu_m d} \quad (11)$$

em que μ_m é o coeficiente de atenuação em massa de acordo com o material utilizado e d é a espessura do material atenuador (ARCHER; WAGNER, 1982). Logo, combinando as equações 10 e 11, o *kerma* pode ser determinado em função da espessura atenuadora d , conforme a equação 12:

$$k(d) = \int_0^{\infty} \Phi_E(0) \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right) e^{-\mu_m d} dE \quad (12)$$

Aplicando a variação da espessura do material atenuador, pode-se construir a curva de transmissão ou de atenuação. Assim, a curva de transmissão relativa $T(d)$ é a razão entre o *kerma* no ar total do feixe atenuado, $k(d)$, pelo *kerma* no ar total do feixe não atenuado, $k(0)$, (COSTA; POTIENS, 2009) dada pela expressão 13:

$$T(d) = \frac{k(d)}{k(0)} \quad (13)$$

No formalismo desenvolvido por Costa & Penha (2009), define-se o espectro $F(E)$ como:

$$F(E) = \frac{\Phi_E(0) \frac{\mu_{tr}(E)}{\rho}}{K(0)} \quad (14)$$

assumindo que $F(E)dE$ é fração de $K(0)$ devido aos fótons de energia entre E e $(E + dE)$, a $T(d)$ pode ser escrita como:

$$T(d) = \int_0^{\infty} F(E) e^{-\mu_m d} dE \quad (15)$$

ainda, uma vez que μ_m é uma função diferenciável e monotonicamente decrescente de E pode-se realizar a mudança de variável de integração de E para μ_m com a definição da equação 16:

$$F(E) \left(-\frac{dE}{d\mu_m} \right) = f(\mu_m) \quad (16)$$

Logo, $T(d)$ será dada por:

$$T(d) = \int_0^{\infty} f(\mu_m) e^{-\mu_m d} d\mu_m \quad (17)$$

A equação 17 pode ser comparada com a definição da Transformada de Laplace de uma função, arbitrariamente definida como $f(t)$:

$$\mathcal{L}\{f(\mu_m)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (18)$$

em que o núcleo da transformada e^{-st} demonstra um caminho assintoticamente tendendo a zero quando t tende ao infinito (PAMPLONA; COSTA, 2010). Dessa forma, combinando as equações 17 e 18, pode-se definir $T(d)$ como uma Transformada de Laplace (equação 19):

$$T(d) = \mathcal{L}\{f(\mu_m)\} \quad (19)$$

assim, conhecendo $T(d)$, pode-se calcular a transformada inversa de Laplace $f(\mu_m)$ dada pela equação 20:

$$f(\mu_m) = \mathcal{L}^{-1}\{T(d)\} \quad (20)$$

O processo de aplicação do método indireto exige uma função de transmissão $T(d)$, em que neste trabalho foi escolhida a função de Archer & Wagner (1988). De posse dessa função, o espectro $F(E)$ pode ser determinado, reorganizando os termos da equação 16, a partir de uma relação matemática que considera a associação entre a transformada inversa de Laplace $f(\mu_m)$ e a derivada dos coeficientes de atenuação em massa em termos da energia:

$$F(E) = -f(\mu_m) \frac{d\mu_m}{dE} \quad (21)$$

6.1.2 A Função de transmissão $T(d)$ de Archer & Wagner (1988)

Neste trabalho, foi escolhido para representar a função de transmissão $T(d)$ o modelo de Archer & Wagner (ARCHER; WAGNER, 1988). A escolha desse modelo foi motivada pelo fato de o mesmo já ter sido aplicado e discutido em outros estudos da literatura (MALEZAN, 2013; MALEZAN *et al.*, 2015; SANTOS, 2018; GONÇALVES *et al.*, 2020; VISBAL *et al.*, 2022) e pelo fato deste modelo considerar a contribuição dos raios X característicos no espectro (ARCHER; WAGNER, 1988). A equação de Archer & Wagner (1988) é dada por:

$$T(d) = r \left[\frac{ab}{(d+a)(d+b)} \right]^v e^{-\mu_m^0 d} + (1-r) \sum_i C_i e^{-\mu_m^i d} \quad (22)$$

em que os termos a , b e v são parâmetros do modelo, os quais serão estimados com base em medições experimentais, r é o componente de fração da radiação de Bremsstrahlung, μ_m^0 é o coeficiente de atenuação em massa do material atenuador para a energia máxima do espectro, C_i é a abundância relativa do i -ésimo feixe de raios X característico associado às energias de ocorrência dos picos e ao i -ésimo coeficiente de atenuação μ_m^i . Os valores de μ_m^0 , C_i e μ_m^i são valores teóricos tabelados do estudo de Archer & Wagner (1988) e variam de acordo com o material atenuador (ARCHER; WAGNER, 1988).

Para estimação dos parâmetros, convencionalmente é utilizado o método de mínimos quadrados, visando a minimização da discrepância entre $T(d)$ experimental e a estimada pela equação 22:

$$\min_{a,b,v,r} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{d=1}^N (T(d)^{exp} - T(d)^{est})^2} \quad (23)$$

onde $T(d)_{exp}$ são os dados experimentais da curva de transmissão e $T(d)_{est}$ são os valores estimados pelo modelo.

Aplicando a transformada inversa de Laplace (equação 20) na função $T(d)$ (equação 22) de Archer & Wagner (1988) e substituindo na equação de $F(E)$ considerando a expansão do somatório para os parâmetros tabelados de C_i e μ_m^i chega-se na equação 23:

$$F(E) = r \frac{\pi^{1/2}(ab)^2}{\Gamma(v)} \left(\frac{\mu_m - \mu_m^0}{a - b} \right) e^{-\frac{(a+2)}{2}(\mu_m - \mu_m^0)} I_{v-1/2} \left(\frac{1}{2} \right) (a - b)(\mu_m - \mu_m^0) \left(-\frac{d\mu_m}{dE} \right) \\ + (1 - r)[C_1 \delta(\mu_m - \mu_m^1) + C_2 \delta(\mu_m - \mu_m^2) + C_3 \delta(\mu_m - \mu_m^3) + C_4 \delta(\mu_m - \mu_m^4)] \quad (23)$$

em que π é o número irracional que relaciona o perímetro de uma circunferência e seu diâmetro; $\Gamma(v)$ é a função gama, $I_{v-1/2}$ é a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem $v - 1/2$ e δ é a função delta de Dirac.

Do ponto de vista físico, o primeiro termo da equação 24 está associado ao espectro de raios X de *bremstrahlung*. Já o segundo termo está relacionado com a contribuição do espectro de raios X característico e a sua representação dada a partir da soma das funções delta de Dirac (δ), fornece uma aproximação real do comportamento físico dessa radiação (ARCHER; WAGNER, 1988).

Uma vez que os dados experimentais sejam obtidos, a etapa seguinte é fazer a estimação dos parâmetros r, a, b e v a partir da equação 23 para modelar a curva de transmissão. A partir de análises apresentadas por Archer & Wagner (1988) bem como outros testes realizados por Silva (2020), foi constatado que a aplicação do método de mínimos quadrados para estimar simultaneamente todos esses

parâmetros se mostrou ineficaz (ARCHER; WAGNER, 1988; SILVA, 2020). Entretanto, os métodos numéricos e os algoritmos de otimização evoluíram muito. Dessa forma, neste trabalho foram consideradas diferentes abordagens que considerem desde a estruturação da função objetivo até a avaliação de diferentes métodos de otimização.

Alguns parâmetros tabelados do modelo foram utilizados para o cálculo do espectro de raios X. Os valores tabelados que foram utilizados para o cálculo do espectro neste trabalho foram: energias de ligação responsáveis pela ocorrência dos picos de raios X característico com os valores de abundância relativa C_i e μ_m^i , ambos retirados das tabelas do modelo de Archer & Wagner (1988) e o valor do coeficiente mássico de atenuação para a máxima energia do feixe (μ_m^0) (ARCHER; WAGNER, 1988).

Para obter μ_m^0 , independente do modelo que será aplicado (equações empíricas, ajuste de polinômio ou interpolação), o valor tomado deve ser o coeficiente de atenuação associado ao material atenuador para a energia máxima do feixe de raios X. Por exemplo, para um espectro obtido para a quilovoltagem de 80 kV, μ_m^0 correspondente será o valor do coeficiente para a energia de 80 keV. Já para um espectro de 100 kV, μ_m^0 será dado pelo coeficiente de atenuação para energia de 100 keV e assim sucessivamente.

6.2 Obtenção de dados

Esta etapa está associada à obtenção dos dados necessários para aplicação e análise do método indireto. O processo metodológico desta etapa foi dividido em: coleta de dados do simulador *Spekpy*, que consistiu na geração de curvas de transmissão e de espectros experimentais associados a cada kV pelo simulador; coleta de dados experimentais na UFCSPA, que consistiu na obtenção de curvas de transmissão de diferentes kVs para aplicação do método indireto após análise do modelo. Nas subseções seguintes a metodologia de coleta desses dados será descrita.

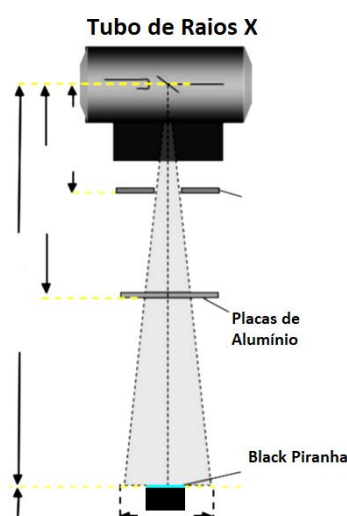
6.2.1 Dados experimentais

Nesta etapa, foram obtidas as curvas de transmissão experimentais no laboratório de Física Médica da Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre (UFCSPA). Esta etapa consistiu em obter os valores de *kerma* no ar medidos por um detector multiparâmetros durante as exposições de um aparelho de raios X, utilizando placas de um material atenuador.

A metodologia adotada para essa coleta é a mesma empregada pelo Manual Técnico RE n° 1016 da ANVISA (BRASIL, 2005). A figura 1 ilustra esquematicamente o aparato experimental que foi realizado. Em resumo, as seguintes etapas foram realizadas:

- Realização de uma exposição sem material atenuador e consideração da exposição inicial;
- Colocação do material atenuador entre o detector e a janela do tubo;
- Realização de três exposições para cada espessura do material atenuador;
- Obtenção dos dados de transmissão pela leitura do detector e registro das exposições realizadas a partir da adição gradual do material atenuador com incrementos fixos de 0.5;

Figura 5 - Aparato experimental



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Os materiais utilizados para a realização desse experimento foram: Aparelho móvel de raios X do tipo DR (*Digital Radiography*) modelo *MobileArt Eco* do fabricante *Shimadzu*; detector de estado sólido *Black Piranha* da RTI *Eletronics* e placas de alumínio de alta pureza (99%), com espessuras de 0,1 mm, 0,5 mm, 1,0 mm e 2 mm.

Os dados experimentais de kerma no ar foram coletados para a faixa de interesse do radiodiagnóstico. Dessa forma, as leituras de kerma no ar foram obtidas para a faixa de kV descrita na Instrução Normativa (IN) nº 90 da Agência Nacional de Vigilância Sanitária (ANVISA), que estabeleceu os requisitos sanitários para garantir a qualidade e a segurança em sistemas de radiografia médica convencional (BRASIL 2021). A IN 90 engloba os Testes de Controle de Qualidade do radiodiagnóstico exigidos pela ANVISA. A escolha do alumínio como material atenuador foi baseada no fato de que este material é exigido para filtração total de equipamentos de radiografia médica convencional pela IN nº 90 (BRASIL 2021). No experimento, foi escolhido um valor fixo de 20 mAs. Foram obtidas 15 curvas de transmissão experimentais, no intervalo de 50 a 120 kV, com o passo fixo de 5. Com relação a variação da espessura, a aquisição foi feita considerando o passo fixo de 0.5 mm para o alumínio.

6.2.2 Dados simulados

Nesta etapa, foram obtidas as curvas de transmissão a partir de simulador *Spekpy*. *Spekpy* é uma ferramenta de simulação de espectros de raios X que pode ser utilizada para analisar a atenuação e a dispersão desses raios em diferentes camadas dos materiais (POLUDNIOWSKI, 2020). A ferramenta é baseada na metodologia de simulação Monte Carlo, que se baseia em cálculos numéricos para simular a propagação dos raios X através de um material, permitindo a criação de modelos de transporte de raios X em materiais, a partir de parâmetros que afetam a atenuação e a dispersão dos raios, tais como: a densidade e composição do material,

a energia dos raios X e o comprimento do caminho percorrido pelos mesmos (POLUDNIOWSKI, 2020).

A escolha do simulador *Spekpy* foi baseada não apenas na sua acessibilidade e facilidade de extração de dados de atenuação e espectros simulados, mas também no processo metodológico do modelo, que utiliza dados baseados em Simulações Monte Carlo e que foram previamente analisados com espectros experimentais (POLUDNIOWSKI, 2020).

Em suma, foram obtidos dados de kerma e espectros pelo simulador *Spekpy*. Os dados de kerma foram utilizados para construir os dados de transmissão que foram aplicados no método indireto para estimar os espectros reconstruídos. Foram obtidas 15 curvas de transmissão simuladas, no intervalo de 50 a 120 kV, com o passo fixo de 5. Com relação a variação da espessura, a aquisição foi feita considerando o passo fixo de 0.1 mm para o alumínio. Tanto para a obtenção das curvas quanto para a obtenção dos espectros simulados, foi aplicada uma filtração intrínseca de 2,5 mm de alumínio. Isso se deve ao fato de que o equipamento de raios X utilizado na coleta dos dados experimentais possuía essa filtração intrínseca.

6.3 Metodologias para cálculo do coeficiente de atenuação

Nesta seção, serão descritas as diferentes metodologias utilizadas para calcular os coeficientes de atenuação, necessários para a aplicação do método indireto, conforme apresentado na Figura 4. De acordo com Silva (2020), o cálculo dos coeficientes de atenuação por meio de diferentes modelagens impactou no formato das curvas relacionadas aos espectros reconstruídos. Neste trabalho foram avaliados dois modelos da literatura: o Modelo de Okunade (2007) e o Modelo de Manjunatha *et al.* (2017). Também foi avaliada a obtenção do coeficiente de atenuação através da interpolação e derivação numérica dos dados do NIST.

Essas metodologias foram avaliadas utilizando os dados de 80 kV como referência. Optou-se por utilizar esse kV como referência, pois ao estender a análise para todo o intervalo, as equações dos modelos de Manjunatha e Okunade não apresentaram um ajuste preciso das curvas para outras energias. No caso do modelo de Manjunatha *et al.* (2017), constatou-se uma inconsistência no modelo relacionada à conversão de energia e à maneira como os autores ajustaram diferentes equações

ou intervalos para estimar os parâmetros dos polinômios. Como resultado, não foi possível reproduzir esses modelos para todo intervalo de energia.

6.3.1 Coeficientes de atenuação a partir de modelos da literatura

Foram aplicados o modelo de Manjunatha e o modelo de Okunade (MANJUNATHA, 2017; OKUNADE, 2007). A seleção dos modelos utilizados na análise foi estabelecida por Silva (2020) com base em uma avaliação prévia. Nesse estudo, Silva realizou uma seleção criteriosa dos modelos levando em consideração fatores como a compatibilidade do intervalo de energia da equação com o intervalo de energia necessário para o modelo, bem como a validação dos coeficientes de atenuação selecionados em estudos anteriores pelos autores.

Manjunatha (2017) estimou coeficientes para diferentes equações, que foram divididas considerando os intervalos de energia e de números atômicos. A equação 24 representa o modelo, considerando o intervalo de energia de 1 a 80 kV e o número atômico utilizados neste trabalho (o alumínio Z=13):

$$\frac{\mu}{\rho} = \alpha_1 E^{\alpha_2} + \alpha_2 E^{\alpha_4} \quad (24)$$

em que os coeficientes α_1 , α_2 , α_3 e α_4 foram ajustados pelo autor.

O modelo de Okunade (2007) considera o intervalo de energia de 1 a 400 keV e é dada pela seguinte relação:

$$F(x) = a_1 + a_2 x^{-1.6} + a_3 x^{-2.7} + a_4 x^{-3.5} + a_5 x^{-4.5} \quad (25)$$

em que $x = \frac{E}{100}$ e E é dado pela energia em keV (OKUNADE, 2007). Os valores para os coeficientes a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 foram estimados pelo autor para diferentes números atômicos e intervalos de energia. E os valores para $\frac{d\mu_m}{dE}$ também foram

obtidos a partir da derivação analítica da equação 24 e 25. A tabela 3 mostra os valores das constantes que foram aplicados nos dois modelos da literatura testados neste trabalho.

Tabela 3- Constantes dos modelos da literatura

Constante	Valor
α_1	-15110.12
α_2	-2198.39
α_3	16300.12
α_4	-275.613
a_{11}	9.77E+03
a_{21}	3.80E+02
a_{31}	2.49E+01
a_{41}	2.71E+00
a_{51}	2,91E-02
a_{12}	2.09E+02
a_{22}	3,98E+01
a_{32}	3.72E+01
a_{42}	3.55E+00
a_{52}	7,08E-02
a_{13}	7.56E+01
a_{23}	2.18E+02
a_{33}	2,56E+02
a_{43}	1.54E+02
a_{53}	1,97E+01

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

6.3.2 Coeficientes de atenuação através de interpolação

A interpolação das curvas do NIST (HUBBEL, 1982) é uma abordagem utilizada neste trabalho com o objetivo de eliminar a dependência de um modelo matemático pré-existente da literatura. Considerando que o NIST fornece curvas para os coeficientes de atenuação em termos da energia do feixe para valores discretos de energia, o objetivo desta etapa foi realizar interpolações para ajustar os parâmetros no intervalo de energia de interesse, ou seja, o intervalo de energia aplicado neste trabalho. Isso permitiu obter valores contínuos de energia e garantir uma melhor adequação dos coeficientes de atenuação para as energias específicas consideradas na análise.

Nesta etapa, os coeficientes mássicos de atenuação μ_m foram obtidos pelo interpolador *CubicSpline* com os dados do NIST (HUBBEL, 1982) interpolados em escala logarítmica. O interpolador *CubicSpline* realiza a interpolação de *Spline* Cúbica, isto é, o ajuste de um polinômio cúbico por partes, duas vezes continuamente diferenciável (SCIPY, 2022). De posse desses valores, foi realizado o cálculo numérico da derivada $\frac{d\mu_m}{dE}$ utilizando a função *gradient* da biblioteca *numpy* nesta etapa.

Dentre os interpoladores testados, incluindo o *interp1d* (interpolação linear), interpolador de Hermite e interpolador cúbico de Hermite (*CubicHermiteSpline*), a técnica de interpolação de *CubicSpline* foi selecionada como a que melhor se ajustou aos espectros. A escolha foi baseada na análise comparativa dos resultados.

6.4 Análise das metodologias para determinação dos parâmetros de qualidade (1ª e 2ª CSR e CH)

Do ponto de vista legislativo, apenas a análise da discrepância não permite obter um dado conclusivo para definição do modelo de referência com aplicação para prática clínica. Isso porque, no Brasil, a IN 90 associada ao setor de radiodiagnóstico não prevê análises clínicas de controle de qualidade que estejam totalmente relacionadas a análises de erros associados a espectros de raios X, mas sim traz valores mínimos para a CSR (BRASIL, 2022). Ainda, a CSR permite avaliar a influência dos fótons de baixa energia que não conseguem atravessar o paciente e

atingir o receptor de imagem e, portanto, contribuem apenas com dose ao paciente e não geram nenhuma vantagem para a qualidade da imagem diagnóstica.

Além da CSR, os parâmetros 2ª CSR e CH também são fundamentais para caracterizar o feixe de raios X. Não há testes específicos que contemplem esses parâmetros na legislação vigente (BRASIL, 2022), no entanto, os mesmos são utilizados como parâmetros de normas técnicas internacionais para definir as qualidades de radiação de referência, como o caso da IEC 61267 (GENEVA, 2005). Portanto, a análise desses três parâmetros contribui para uma análise completa do método indireto. O cálculo dos parâmetros foi dividido em etapas distintas, que estão descritas nas subseções a seguir.

6.4.1 Metodologia de cálculo dos parâmetros de qualidade pelas curvas de transmissão

A 1ª CSR e 2ª CSR foram calculadas a partir da adição dos valores obtidos pelas curvas de transmissão da coleta de dados e os resultados desta análise foram comparados a partir de análise de discrepância a partir das métricas descritas na seção 6.5.4. Para o cálculo da 1ª CSR e da 2ª CSR, foram utilizadas as seguintes relações (ANVISA, 2005):

$$1^{\text{a}} \text{ CSR} = \frac{x_1 \ln \left(\frac{2k_{ar,2}}{k_{ar,0}} \right) - x_2 \ln \left(\frac{2k_{ar,1}}{k_{ar,0}} \right)}{\ln \left(\frac{k_{ar,2}}{k_{ar,1}} \right)} \quad (26)$$

$$2^{\text{a}} \text{ CSR} = 1^{\text{a}} \text{ CSR} - \frac{x_1 \ln \left(\frac{4k_{ar,2}}{k_{ar,0}} \right) - x_2 \ln \left(\frac{4k_{ar,1}}{k_{ar,0}} \right)}{\ln \left(\frac{k_{ar,2}}{k_{ar,1}} \right)} \quad (27)$$

em que $k_{ar,0}$, $k_{ar,1}$ e $k_{ar,2}$ são os valores de kerma no ar medidos sem o material absorvedor no ponto x_0 , os valores de espessura do material absorvedor para x_1 (medição experimental para espessura imediatamente maior do que $\frac{k_{ar,0}}{2}$ para

equação 26 e imediatamente maior do que $\frac{k_{ar,0}}{4}$ para a equação 27) e x_2 (medição experimental para espessura imediatamente menor do que $\frac{k_{ar,0}}{2}$ para equação 26 e imediatamente menor do que $\frac{k_{ar,0}}{4}$ para a equação 27) (MALEZAN, 2013; GONÇALVES; VISBAL; COSTA, 2020). O último parâmetro a ser estimado foi o CH, definido pela razão entre a 1ª e a 2ª CSR (equação 5).

6.4.2 Cálculo dos parâmetros de qualidade a partir do espectro.

Nesta metodologia, os dados de *kerma* necessários para aplicação nas equações 26 e 27 são determinados a partir da equação 28 (GONÇALVES; VISBAL; COSTA, 2020; VISBAL; VELIZ; NICOLUCCI, 2022):

$$k_{ar}(x_j) = \sum_i^n F(E)_i M(0) e^{-\mu_{m,0} x_j} \Delta E_i \quad (28)$$

em que $i = [1,2,\dots,n]$ é o i -ésimo feixe de Energia E_i que compõe o espectro de raios X, n é o índice do feixe de energia máxima de fótons que compõe o espectro de raios X; x_j é o valor da espessura para o j -ésimo valor ($j = [0,1,2, \dots 5]$), $F(E)$ é definido na equação 23 e junto com o intervalo de energia, definido por ΔE_i , compõe o espectro.

A metodologia de cálculo dos parâmetros de qualidade pode ser sintetizada da seguinte forma: os valores associados ao espectro $F(E)$ são adicionados na equação 28 para gerar novos dados de *kerma*. A partir desses novos dados de *kerma*, as curvas de transmissão são reconstruídas e, então, utilizando as equações 26 e 27, a 1ª e 2ª CSR são calculadas e, sequencialmente, obtém-se o CH.

6.5 Análise do modelo de Archer & Wagner

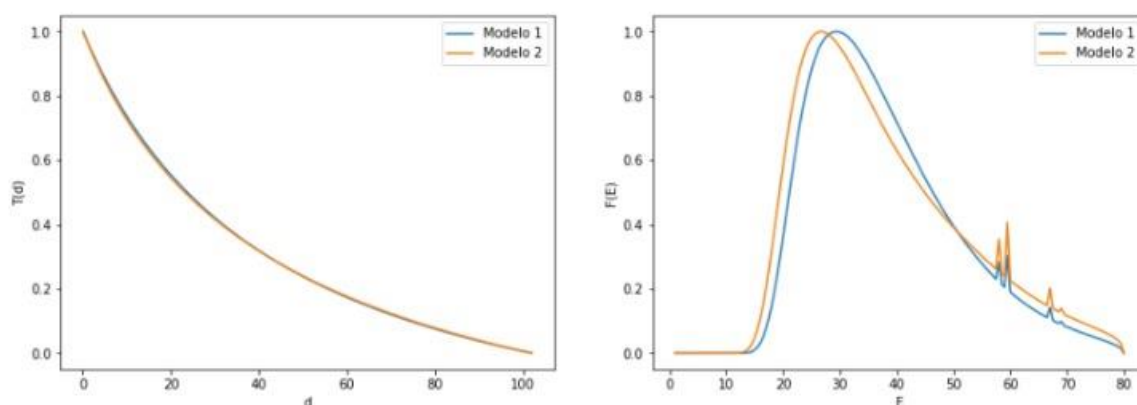
6.5.1 Problemas de estimação dos parâmetros do modelo

Para aplicação do modelo de Archer & Wagner (1988), descrito na seção 6.1, é necessário realizar a estimação dos parâmetros a, b, v, r . Usualmente, tal estimação é realizada a partir de uma rotina de otimização não linear (ARCHER; WAGNER, 1988; PAMPLONA, 2010; MALEZAN, 2013; SANTOS; SOUZA, 2017; COSTA, 2018; GONÇALVES *et al.*, 2020, SILVA, 2020).

Conforme já levantado pelo estudo de Archer & Wagner (1988), o processo de estimação do parâmetro r não tinha um bom ajuste quando estimado com os demais parâmetros pelo método de mínimos quadrados (ARCHER; WAGNER, 1988). Pelo fato desse parâmetro demonstrar um comportamento físico, associado a porção de radiação característica dos espectros, outros estudos (SOUZA, 2017; SILVA, 2020) tiveram dificuldade de estimar esse parâmetro junto aos demais. Em estudos que envolvem espectros de energia mais baixa, como o de Malezan (2013), foi utilizado o modelo anterior de Archer & Wagner (ARCHER; WAGNER, 1982), no qual não ocorre a presença dos raios X característicos.

Ainda, diferentes combinações de valores dos parâmetros nos modelos levaram a resultados semelhantes nas curvas de transmissão (figura 6), demonstrando um elevado grau de incerteza na estimação dos parâmetros. Com base nas informações apresentadas nesta pesquisa, foram conduzidas diversas análises do modelo de Archer & Wagner com o objetivo de utilizá-lo de forma confiável na estimativa de espectros de raios X.

Figura 6 - Exemplos de curvas de transmissão e respectivo espectro obtido pelo modelo de Archer & Wagner. Modelo 1: $a=8,5$, $b=1$, $v=0,75$ e $r=0,9$. Modelo 2: $a=13,75$, $b=0,70$, $v=0,7$ e $r=0,8$



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

6.5.2 Método de busca exaustiva

A metodologia empregada na implementação do método indireto envolveu o uso de uma abordagem alternativa para obter os parâmetros ótimos do modelo. Para isso, foi definida uma função que incluiu como variáveis a energia e os parâmetros a serem estimados (a , b , v e r) e uma estrutura de loop foi criada para avaliar diferentes valores associados a cada um desses parâmetros. Primeiramente, os valores desses parâmetros foram definidos em objetos a partir da definição de um vetor que varre um intervalo específico a cada parâmetro. Então, a estrutura de loop se iniciou com o menor valor de cada parâmetro, iterando por todos os valores possíveis até o maior valor, de acordo com o intervalo associado a cada parâmetro. Esse método pode ser denominado de busca exaustiva.

6.5.3 Aplicação da técnica de filtragem de Archer & Wagner (1989)

Essa técnica é baseada no estudo de Archer & Wagner (1989), no qual o autor propõe uma abordagem de melhoria do modelo, utilizando a mesma função de transmissão com os quatro parâmetros descritos anteriormente (ARCHER & WAGNER, 1985; ARCHER & WAGNER, 1988; ARCHER & WAGNER, 1989). Na abordagem proposta pelo autor, essa técnica de filtragem adicional foi analisada com o objetivo de corrigir ocorrências de singularidades associadas a função de Bessel do modelo que assumia valores infinitos quando os valores estimados do parâmetro v eram menores que 0.5 (ARCHER & WAGNER, 1989). Outros estudos que utilizaram o modelo de Archer & Wagner (1988) não incluíram essa abordagem de filtragem adicional

Basicamente, a técnica consiste em realizar uma corte de pontos no vetor espessura das curvas de transmissão seguida da normalização desses novos dados modificados. Se d_{add} representa a quantidade de filtragem adicionada, então os pontos na curva original são transformados em novas coordenadas no segmento filtrado, dado por

$$(d - d_{\text{add}}), T(d)/T(d_{\text{add}}) \quad (29)$$

Essa técnica resultou em um espectro satisfatório para o feixe mais filtrado, permitindo a reconstrução matemática do espectro original a partir dessa filtragem adicional (ARCHER & WAGNER, 1989). Dessa forma, neste estudo a correção proposta foi utilizada como base. Cabe salientar que o autor exemplificou o método para energias de 120 e 140 kV. Porém no presente trabalho a análise foi expandida para todo o intervalo definido, visando entender não somente a melhoria dos resultados, mas também a correlação entre a escolha dos parâmetros de filtragem e sua influência associada a variação de energia.

Foi usado um intervalo de corte de 0 a 3 cm/g², com passo fixo de 0.5. Isto é, para cada iteração, a curva de transmissão modificada foi aplicada ao modelo e foi escolhida aquela que ocasionou no menor erro, quando comparado aos dados de referência. Após essa validação, os resultados da curva modificada junto do seu parâmetro de corte foram comparados com os resultados prévios, sem a aplicação da técnica.

Por fim, os melhores recortes associados a cada kV foram também aplicados na reconstrução dos espectros obtidos a partir da coleta de dados experimentais (seção 6.3.2). Em outras palavras, para cada kV foi escolhido o melhor recorte (isto é, aquele que teve os menores erros correspondentes) e esse recorte foi aplicado na reconstrução espectral a partir das curvas de transmissão experimentais, descritas na seção 6.3.2.

6.5.4 Métricas de análise

Neste trabalho duas métricas foram utilizadas para avaliar os resultados de forma quantitativa. A primeira métrica foi a métrica de erro *Root Mean Square Error* (RMSE) utilizada para todas as análises de discrepância deste trabalho. O RMSE é uma medida utilizada para avaliar o desempenho de modelos de previsão ou ajuste de dados. Essa métrica é calculada como a raiz quadrada da média das diferenças ao quadrado entre os valores medidos e os valores previstos pelo modelo (CHAI *et al*, 2014).

Matematicamente, o RMSE é definido pela equação:

$$RMSE = \sqrt{\left[\frac{1}{n} \cdot \sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \right]} \quad (30)$$

em que n é o número total de amostras; y_i é o valor observado da amostra i ; e \hat{y}_i é o valor previsto pela equação do modelo para a amostra i .

O cálculo de discrepância via RMSE foi utilizado nas seguintes etapas:

- Avaliação dos modelos para estimação dos coeficientes mássicos de atenuação;
- Avaliação de discrepância das curvas de transmissão e dos espectros reconstruídos pelo método a partir da coleta de dados definida na seção 6.3

Na análise do modelo de Archer & Wagner (1988), o RMSE foi utilizado para fazer comparações entre as curvas de transmissão obtidas pelo simulador e as curvas de transmissão ajustadas pelo modelo de Archer & Wagner. Além disso, as curvas de transmissão obtidas e os espectros reconstruídos a partir dessas curvas foram comparados com as curvas de transmissão e os espectros de referência do simulador para o kV selecionado, utilizando o RMSE como métrica de erro.

A segunda métrica se deu pela análise de discrepância dos parâmetros de qualidade, em que foi utilizado o Erro Médio percentual:

$$ER\% = \left| \frac{VT - VE}{VT} \right| \times 100 \quad (31)$$

VT são os valores nominais e VE são os valores medidos.

A etapa de análise dos parâmetros de qualidade consistiu em investigar o grau de sensibilidade de cada um dos parâmetros de qualidade (1ª, 2ª CSR e CH) associados com os espectros reconstruídos pelo método indireto. Essa análise foi realizada considerando uma energia de 80 kV. De forma a automatizar o cálculo dos parâmetros de qualidade para o conjunto de curvas de transmissão geradas a partir

dos espectros reconstruídos, foram feitas modificações na implementação do modelo. Essas modificações permitiram adicionar uma condição aos vetores $T(d)$ reconstruídos pela equação 28. Caso um vetor reconstruído possuísse pontos suficientes para o cálculo da 2ª CSR, o código executaria comandos para obter os valores de espessura e transmissão normalizada associados a esses pontos. Em seguida, os parâmetros de qualidade seriam calculados com base nesses valores.

Após obter os resultados, os parâmetros de qualidade foram analisados para identificar qual deles apresentava uma correlação mais elevada com os espectros reconstruídos. Para realizar essa análise, também foi utilizado o cálculo de discrepância via RMSE entre os valores dos parâmetros de referência dos espectros simulados, calculados usando a equação 28, e os valores dos espectros obtidos pelo método indireto.

6.6 Estimação dos espectros a partir dos dados experimentais

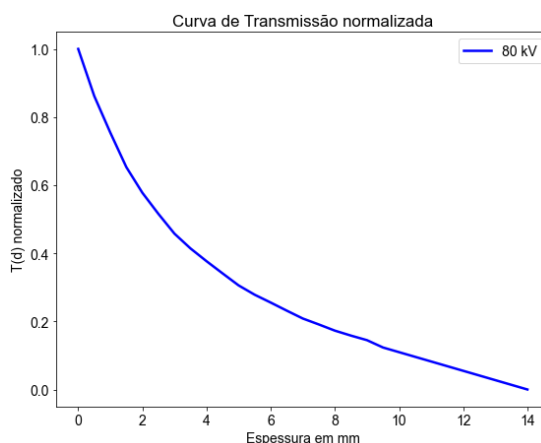
Nesta seção, os espectros experimentais foram estimados utilizando a mesma metodologia de análise descritas nas seções 6.3 a 6.5 e combinações do modelo identificados na análise. Essa etapa teve como objetivo testar a metodologia deste trabalho em curvas de transmissão obtidas experimentalmente, de acordo com as métricas estabelecidas previamente. A reconstrução dos espectros experimentais permitiu uma análise direta do desempenho do modelo em relação aos dados reais.

7 RESULTADOS E DISCUSSÃO

7.1 Dados experimentais

A figura 8 mostra as curvas de transmissão obtidas a partir dos dados de *Kerma* gerados de forma experimental para 80. As curvas de transmissão obtidas para as demais energias se encontram no Apêndice A deste trabalho.

Figura 7 - Curva de transmissão dos dados experimental para 80 kV



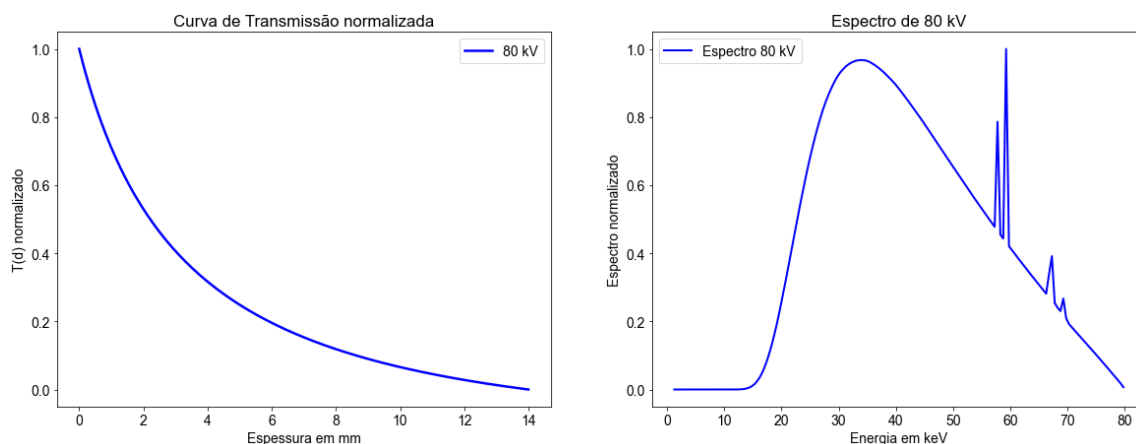
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

7.2 Dados simulados

A figura 8 mostra, respectivamente, a curva de transmissão obtida a partir dos dados de Kerma gerados pelo *Spekpy* para 80 kV e o espectro correspondente. As curvas de transmissão e espectros obtidos para as demais energias se encontram no Apêndice B deste trabalho.

É possível observar uma semelhança entre o comportamento dessas curvas e o comportamento exponencial esperado, de acordo com a Lei de Lambert-Beer. De fato, o decaimento exponencial da intensidade da radiação com o aumento da espessura do material é uma característica fundamental desse tipo de processo de atenuação, que é descrito matematicamente pela lei mencionada.

Figura 8 – (a) Curva de transmissão dos dados do *Spekpy* para 80 kV (b) Espectro para dados do *Spekpy*

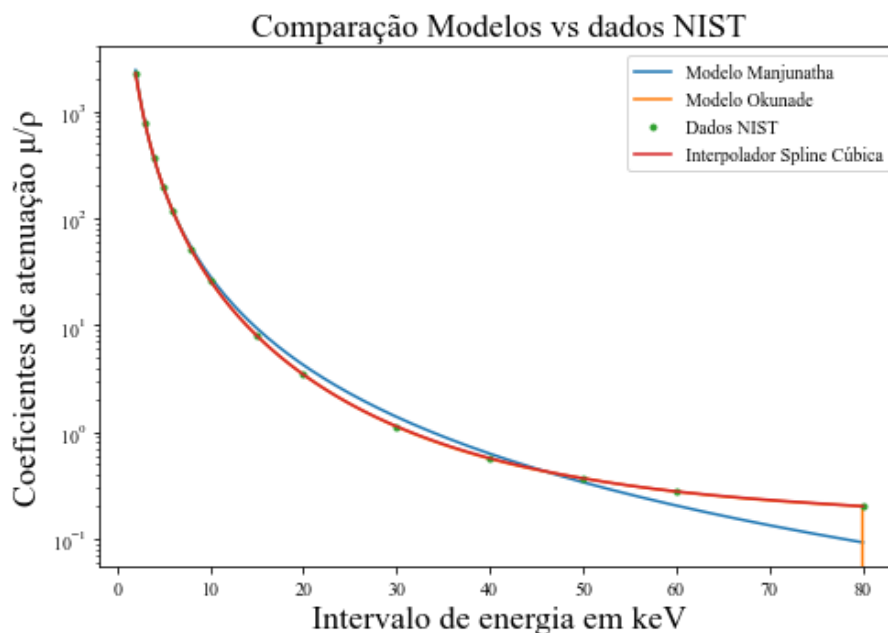


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

7.3 Resultados da análise dos coeficientes de atenuação no método indireto

A figura 9 mostra os modelos de estimação dos coeficientes de atenuação comparado com dados do NIST para o intervalo de 80 keV, cuja metodologia foi descrita na seção 6.3.1. Analisando a figura, há uma diferença visual do modelo de Okunade comparado com o interpolador associada ao ponto de energia 80, com a ocorrência de uma descontinuidade ao final do intervalo. Ao analisar a figura, observa-se que o interpolador de Spline cúbica apresentou um ajuste satisfatório em comparação com os modelos da literatura. No entanto, o diferencial para alcançar um ajuste satisfatório foi a conversão dos dados para uma escala logarítmica antes da interpolação.

Figura 9 - Sobreposição de modelos



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

De forma geral, a proposição de uma interpolação numérica, além de ter ocasionado no menor erro, é vantajosa na medida em que elimina a necessidade de um modelo externo que, de acordo com o estado da arte descrito na seção 5.2, normalmente está associado a um intervalo específico de energia.

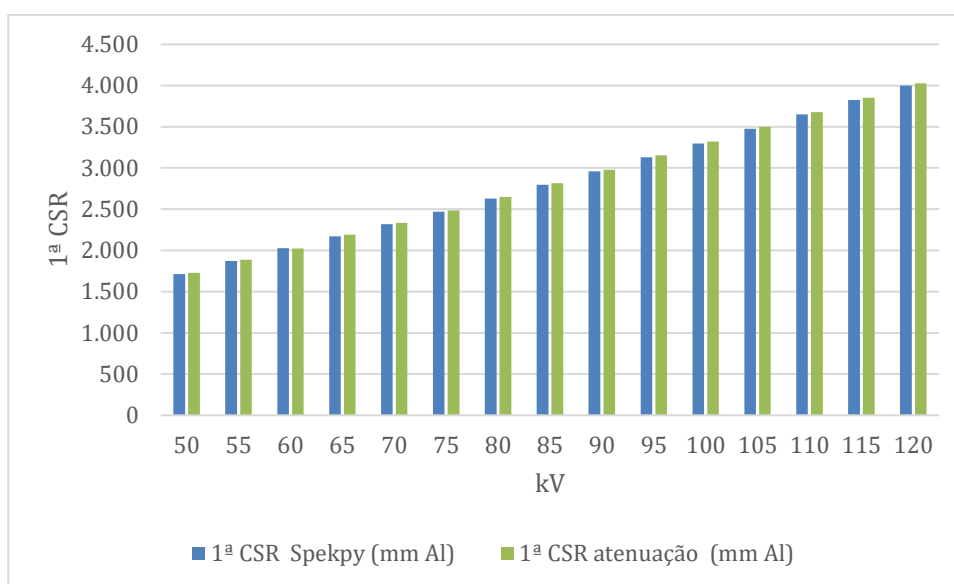
Em outras palavras, o uso do interpolador é uma abordagem mais acessível, não exigindo o uso de equações analíticas e suas derivações no modelo, cujas associações e impactos na reconstrução do espectro ainda precisam ser investigados em futuros estudos. Portanto, todas as análises subsequentes (seção 7.4 em diante) foram realizadas a partir da utilização do interpolador de spline cúbica para cálculo dos coeficientes de atenuação.

7.4 Cálculo dos parâmetros de qualidade dos dados simulados

As Figuras 10, 11 e 12 apresentam a comparação entre os parâmetros de qualidade estimados e simulados, obtidos por meio das curvas de transmissão geradas a partir dos dados de Kerma do *Spekpy*, utilizando a metodologia descrita na seção 6.4.1. Esses resultados foram comparados com os valores fornecidos

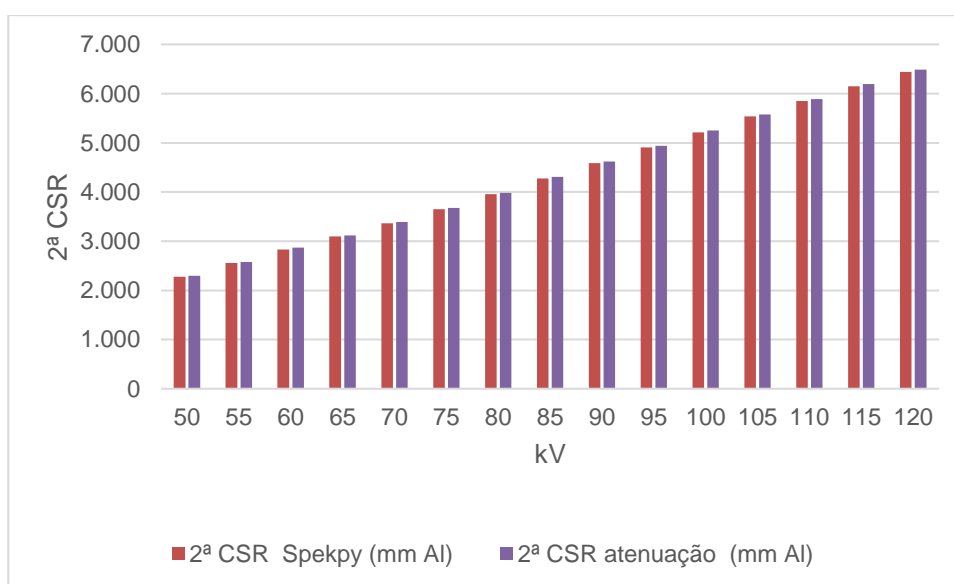
diretamente pelo simulador. A análise desses gráficos representa a primeira etapa no cálculo dos parâmetros de qualidade, por meio da análise de discrepância entre os dados simulados e estimados pelo *Spekpy*. Observa-se, de forma qualitativa, uma boa concordância entre os valores calculados e os valores de referência fornecidos pelo simulador.

Figura 10 - 1ª CSR pelas curvas de transmissão



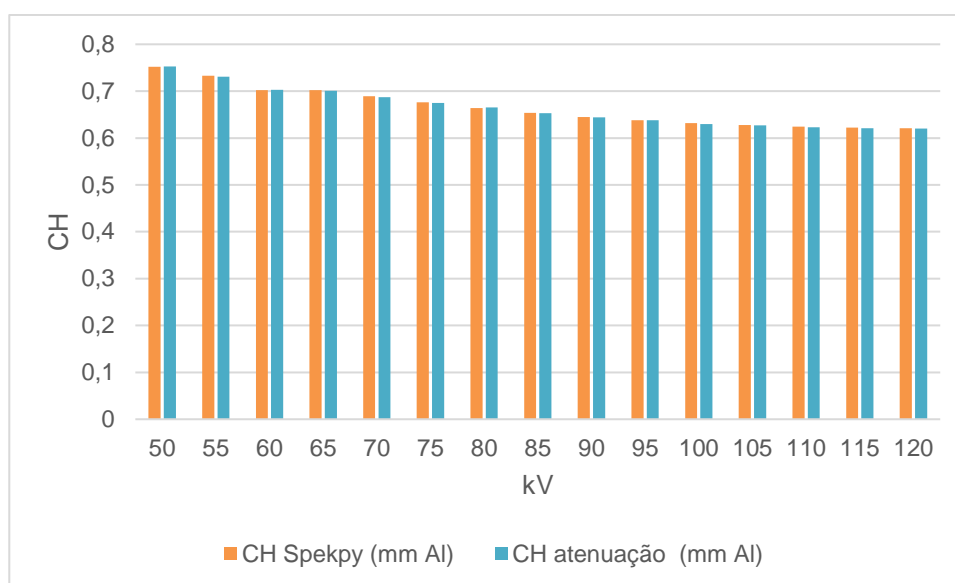
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 11 - 2ª CSR pelas curvas de transmissão



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 12 - CH pelas curvas de transmissão



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

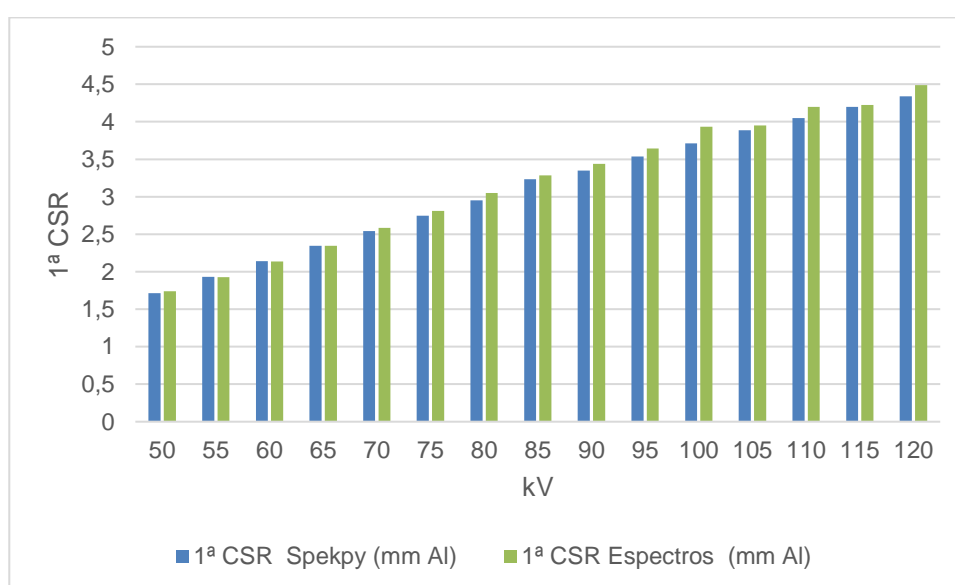
Para o parâmetro 1ª CSR, o menor erro foi de 0,19% enquanto o maior erro foi de 0,75%. Na 2ª CSR, o menor erro foi de 0,69% e o maior erro foi de 1,32%. Para o parâmetro CH, a menor diferença média percentual encontrada foi de 0,01%, indicando uma boa concordância entre os valores estimados e de referência. Já a maior diferença média percentual foi de 0,31%. Portanto, o parâmetro CH foi o que obteve as menores diferenças percentuais associadas.

De forma geral, os resultados mostram que pelo fato de ter sido encontrado um baixo valor de erro para todos os kVs, o processo de geração de curvas de transmissão simuladas diretamente pelo *Spekpy* é válido, prático e com baixo tempo de aquisição das curvas. Essa análise é importante pois a geração de curvas de transmissão simuladas por metodologias, como simulação MC, requer um tempo maior de horas a semanas, considerando todos os parâmetros físicos que precisam ser definidos na geometria.

7.5 Cálculo dos parâmetros de qualidade pelos espectros

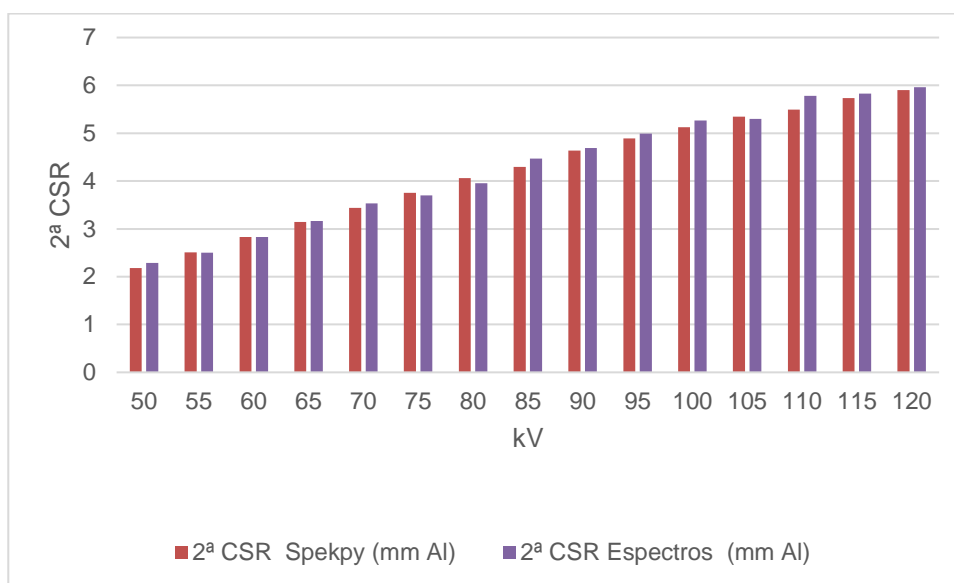
As Figuras 13, 14 e 15 apresentam a comparação entre os parâmetros de qualidade estimados e simulados, obtidos por meio dos espectros reconstruídos e simulados, conforme metodologia descrita na seção 6.4.2. A análise desses gráficos representa a primeira etapa no cálculo dos parâmetros de qualidade, por meio da análise de discrepância entre os dados simulados e estimados pelo *Spekpy*. Observa-se, de forma qualitativa, uma boa concordância entre os valores calculados e os valores de referência fornecidos pelo simulador.

Figura 13 - 1ª CSR pelos espectros



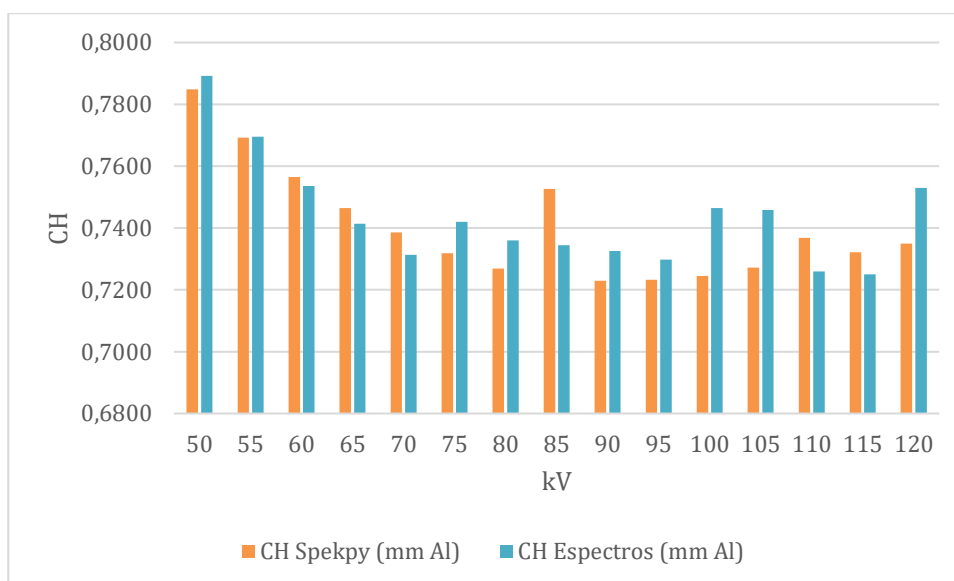
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 14 - 2ª CSR pelos espectros



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 15 - CH CSR pelos espectros



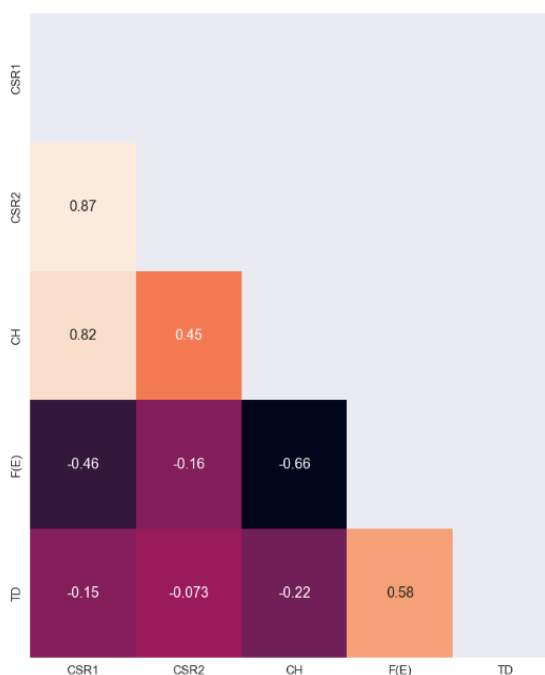
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Para o parâmetro 1ª CSR, o menor erro médio percentual foi de 0,038% para o enquanto o maior erro médio percentual foi de 5,61%. No caso do parâmetro 2ª CSR, o menor erro médio percentual foi de 0,070% e o maior erro médio percentual foi de

5,00%. Já para o parâmetro CH, o menor erro médio percentual foi de 0,036% e o maior erro médio percentual foi de 2,93%.

Os resultados deixam evidente que a estimação dos parâmetros do modelo de Archer levando em conta o método de mínimos quadrados (minimização do erro da curva de transmissão) não leva a melhor aproximação do espectro. Assim, é necessária a modificação da função objetivo do problema de otimização associado. Uma alternativa a ser avaliada consiste na inclusão dos parâmetros de qualidade. Para avaliar esta possibilidade, uma análise de correlação entre os erros foi realizada, conforme demonstra a Figura 16.

Figura 16 - Análise da correlação entre os erros para 80 kV.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

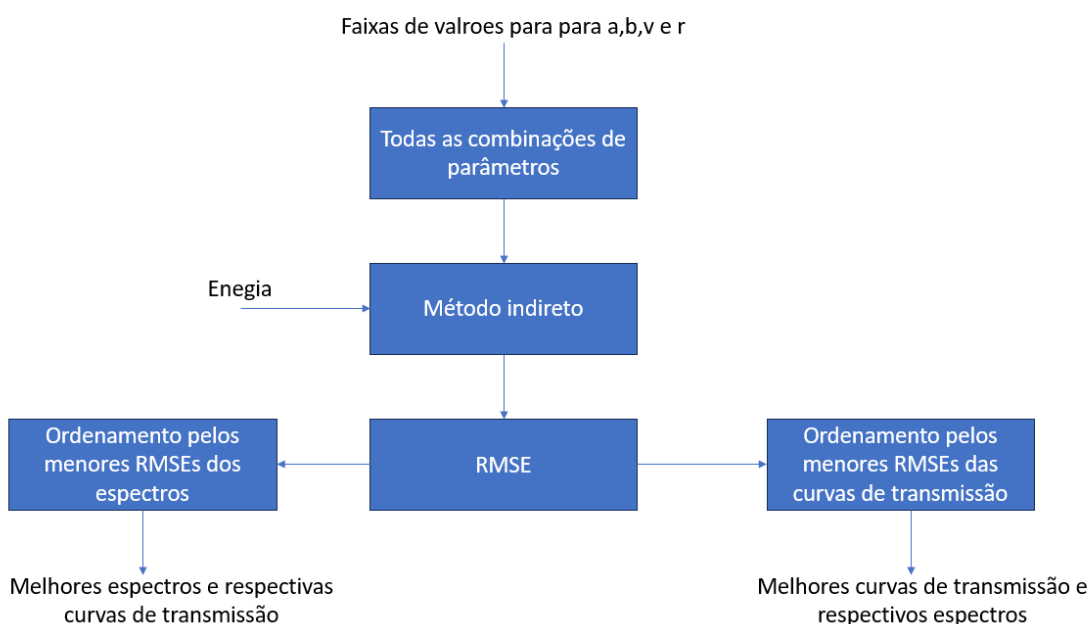
Ao examinar a figura, é possível confirmar que o erro associado ao parâmetro CH apresentou uma correlação mais elevada em relação ao erro do espectro, demonstrando influenciar nos resultados espectrais. Cabe salientar que este é apenas um resultado preliminar e que mais análises precisam ser realizadas. Entretanto, caso essa correlação seja confirmada com complementares, a inclusão do parâmetro CH oferece uma possibilidade interessante de incorporar esse parâmetro como uma variável adicional no problema de otimização para estimação

de parâmetros do método indireto. Essa inclusão poderia aprimorar a precisão do processo de estimação não linear dos parâmetros, uma vez que consideraria um parâmetro físico que converge aos resultados obtidos pelo método indireto. Uma análise mais aprofundada dessa relação será realizada em trabalhos futuros.

7.6 Reconstruções dos espectros pelo método busca exaustiva

Para cada valor de kV, o método de busca exaustiva gerou um total de 20.160 curvas de transmissão e 20.160 espectros reconstruídos. Para avaliar a relação entre a otimização das curvas de transmissão e a qualidade dos espectros resultantes, foi aplicado um critério de ordenação. Esse critério considerou duas abordagens: a análise dos melhores espectros normalizados e a análise das melhores curvas de transmissão. Em outras palavras, para cada conjunto de melhores espectros obtidos, foi identificada a curva de transmissão correspondente e calculado o erro associado a cada combinação. Da mesma forma, para cada conjunto de melhores curvas de transmissão, um espectro correspondente foi associado e o erro correspondente foi calculado. A Figura 17 ilustra o critério de ordenação adotado e a classificação dos resultados obtidos.

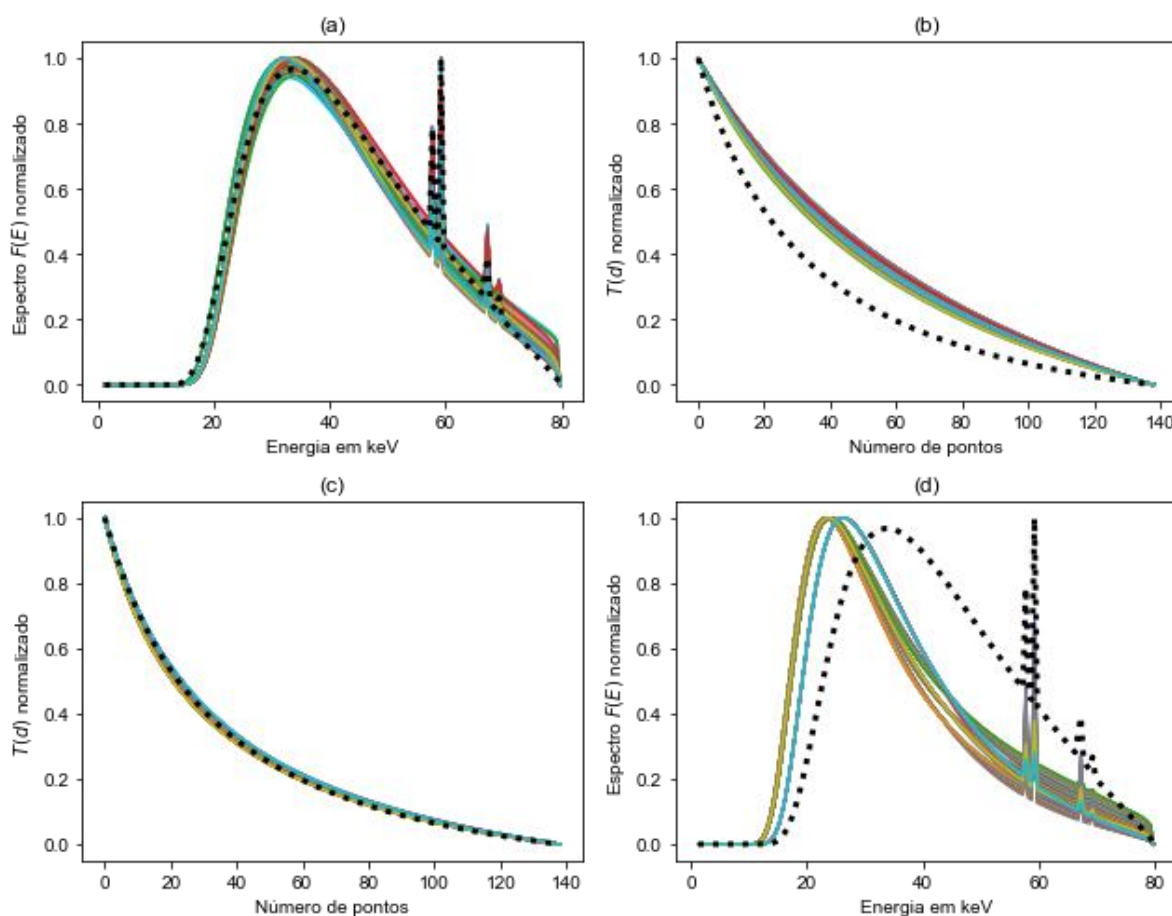
Figura 17- Critério de ordenamento do método busca exaustiva



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

A figura 18 apresenta os resultados do processo de ordenação para os 100 melhores espectros e curvas de transmissão associadas e as 100 melhores curvas de transmissão e espectros associados, respectivamente. Para ilustrar os resultados, utilizou-se o valor de 80 kV nesta seção. Os demais resultados podem ser encontrados no Apêndice C. Já as tabelas 04 e 05 mostram os 100 melhores resultados do modelo com base no ordenamento das melhores curvas de transmissão e melhores espectros.

Figura 18 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Tabela 4 - Resultados a partir do ordenamento de melhores curvas

kV	a	b	v	r	RMSE - Curva T(d)	RMSE -- Espectro F(E)
50	12.750	0.500	0.750	1.000	0.080	2.153
55	9.750	0.500	0.700	1.000	0.077	2.278
60	8.000	0.500	0.650	1.000	0.073	2.360
65	14.750	0.500	0.650	1.000	0.085	2.673
70	8.000	0.750	0.750	1.000	0.066	2.373
75	10.250	0.500	0.650	0.900	0.097	3.303
80	8.000	0.500	0.600	0.900	0.087	3.212
85	8.000	0.750	0.750	0.900	0.024	2.885
90	12.000	0.750	0.750	0.900	0.022	3.320
95	9.000	0.750	0.700	0.900	0.015	3.870
100	14.750	0.750	0.700	0.900	0.024	4.189
105	10.500	0.750	0.650	0.900	0.014	4.630
110	8.000	0.750	0.600	0.900	0.019	4.980
115	11.250	0.750	0.600	0.900	0.012	5.141
120	11.500	0.750	0.650	0.800	0.022	5.072

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Tabela 5 – Resultados a partir do ordenamento de melhores espectros

kV	a	b	v	r	RMSE -- Espectro F(E)	RMSE - Curva T(d)
50	8.000	1.000	0.750	1.000	0.439	0.643
55	8.250	1.000	0.750	1.000	0.189	0.587
60	8.250	1.000	0.700	1.000	0.247	0.620
65	8.000	1.000	0.650	1.000	0.291	0.652
70	8.000	1.000	0.600	1.000	0.371	0.695
75	14.750	1.250	0.700	0.600	0.422	1.264
80	13.000	1.250	0.650	0.400	0.385	1.545
85	10.750	1.250	0.600	0.300	0.286	1.656
90	13.000	1.250	0.600	0.200	0.243	1.747
95	9.750	1.250	0.550	0.200	0.225	1.693
100	14.250	1.500	0.600	0.100	0.244	1.791
105	12.250	1.500	0.600	0.100	0.222	1.719

110	11.500	1.250	0.500	0.100	0.208	1.660
115	10.750	1.250	0.500	0.100	0.197	1.599
120	8.500	1.500	0.500	0.100	0.202	1.560

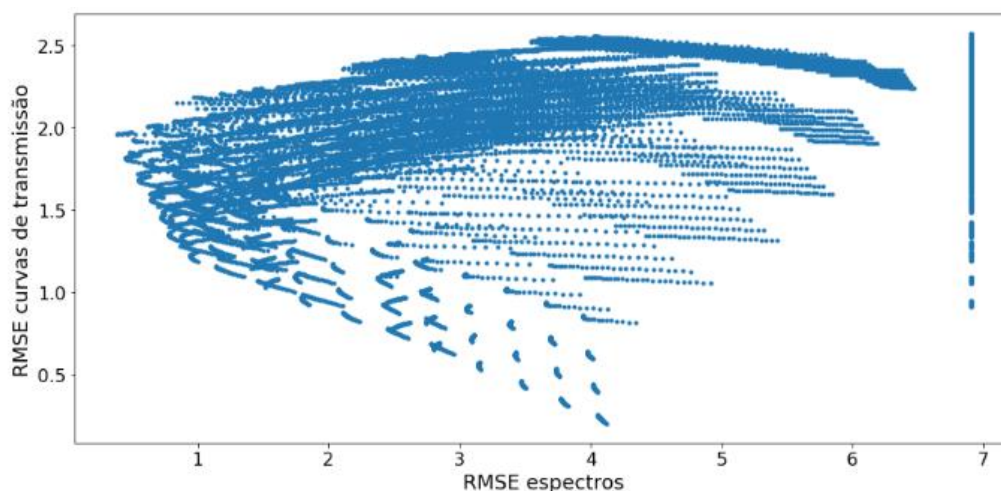
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Dessa forma, o ordenamento realizado e analisado na figura 18 demonstra que melhores ajustes na curva de transmissão não levaram aos melhores espectros reconstruídos. Em outras palavras, apenas minimizar o erro da curva de transmissão, como realizado na maioria dos estudos que aplicaram o método indireto (MALEZAN, 2013; MALEZAN *et al.*, 2015; SANTOS; COSTA, 2018; GONÇALVES *et al.*, 2020, SILVA, 2020; VISBAL *et al.*, 2022), não parece ser a melhor alternativa.

A conclusão é que estimar apenas os parâmetros ótimos a partir da otimização da curva de transmissão não é suficiente para a aplicação do método indireto. A presença de diferentes valores de parâmetros que levam ao mesmo comportamento dos espectros indica uma alta incerteza no modelo. Para superar essas limitações, é necessário incorporar informações adicionais sobre o comportamento dos parâmetros, a fim de melhorar a precisão da técnica e torná-la viável em um contexto clínico.

A figura 19 corrobora este resultado, uma vez que deixa evidente que não há uma forte correlação aparente entre os erros dos espectros e os erros das curvas de transmissão. A confirmação desse comportamento é essencial para avaliar as limitações do método indireto por meio da análise de discrepância entre o espectro reconstruído e um espectro de referência.

Figura 19 - RMSE dos espectros e respectivas curvas de transmissão para os resultados gerados pelo método de busca exaustiva para 80 kV.

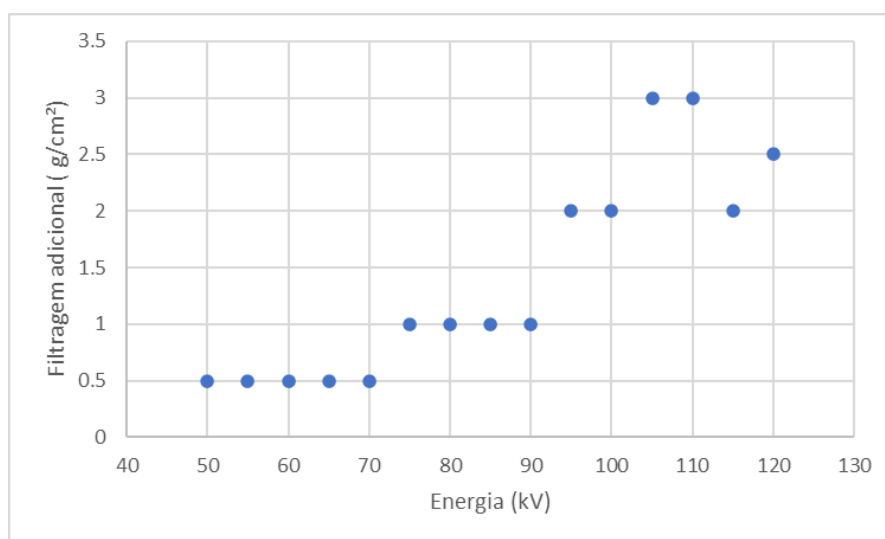


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

7.7 Aplicação da técnica de filtragem

A técnica de filtragem foi aplicada utilizando os dados obtidos a partir do processo de ordenação das melhores curvas de transmissão e dos melhores espectros reconstruídos. Essa ordenação foi realizada considerando os resultados com menor (RMSE). Foi escolhido um intervalo de 0 a 3 g/cm^2 para aplicação da técnica. Através de um conjunto de teste, foi realizado um processo de seleção de um ponto de filtragem que pudesse ser aplicado de forma padronizada para múltiplos valores de kV. A figura 20 mostra os pontos de corte em g/cm^2 por cada kV. Ao analisar a figura, percebe-se que para energias maiores (a partir de 95 kV), não foi possível estabelecer um corte padrão para todo o intervalo.

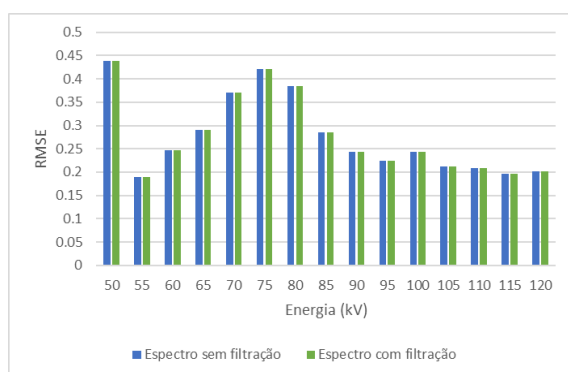
Figura 20 - Melhores pontos de filtragem para cada espectro.



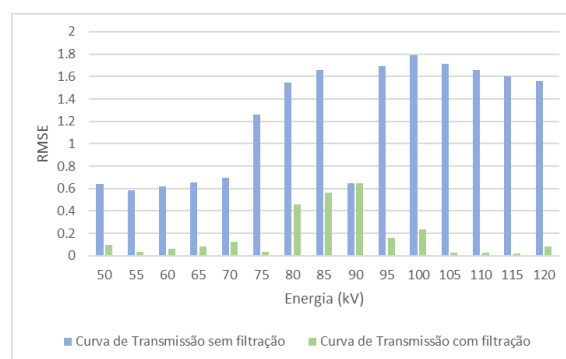
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

A figura 21 mostra o impacto da técnica de filtragem no RMSE calculado pela discrepância entre as curvas reconstruídas e curvas de referência. Em 21 (a), percebe-se que os erros na análise dos melhores espectros foram os mesmos, uma vez que a filtragem adicional é aplicada somente nas curvas de transmissão. Já em 21 (b), nota-se que as curvas de transmissão obtiveram uma redução significativa do erro, evidenciando um resultado promissor desta técnica.

Figura 21 Análise do RMSE dos espectros e respectivas curvas de transmissão obtidos através do ordenamento pelos melhores espectros (a e b)



(a)

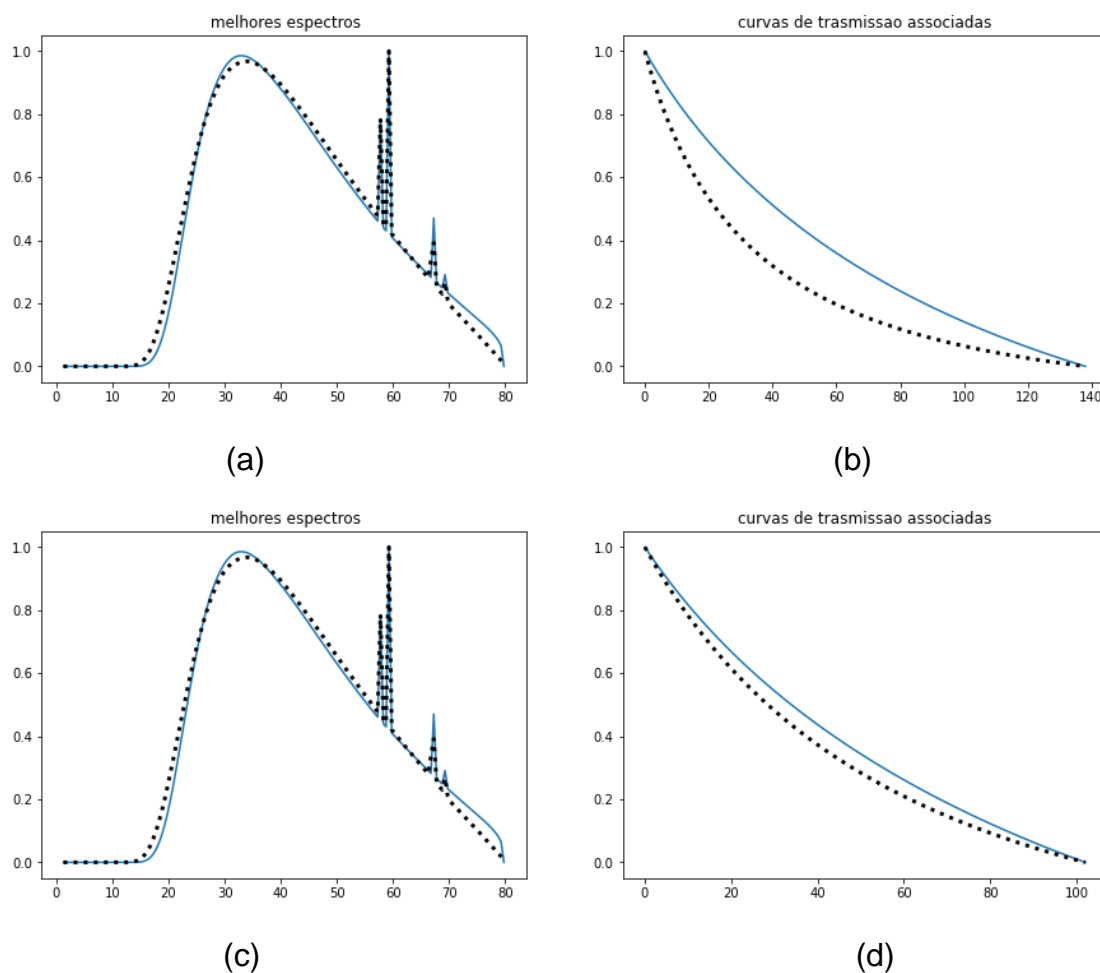


(b)

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Já a figura 22 (a) e (b) ilustra o espectro e a respectiva curva para 80 kV antes da aplicação de filtragem adicional de 1.0 g/cm². Já em 22 (c) e 22 (d), mostra os resultados após a aplicação da filtragem adicional. Uma análise visual das curvas permite concluir que houve uma melhoria na sobreposição das curvas, quando utilizado o ordenamento pelos melhores espectros.

Figura 22 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem de 1 g/cm² (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem de 1 g/cm² (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Com base nisso, pode-se observar que o modelo é sensível a pequenas alterações na curva de transmissão, já que a realização do processo de estimação

dos parâmetros do modelo a partir da curva de transmissão corrigida não é suficiente para que ocorra o ajuste simultâneo dos componentes do espectro (raios X de *bremmstrahlung* e raios X característicos. Essa constatação pode estar diretamente relacionada ao parâmetro, que representa fisicamente a porção característica do espectro e consiste no parâmetro mais sensível no processo de estimação (SOUZA, 2017).

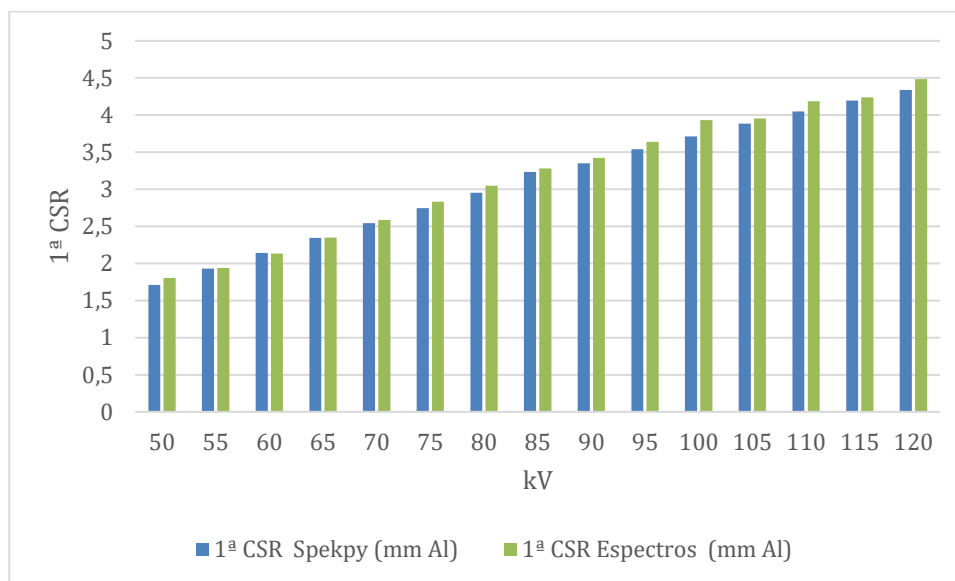
7.8 Aplicação da metodologia em dados experimentais

Nesta seção serão apresentados os resultados referentes a aplicação da metodologia proposta neste trabalho considerando dados experimentais como entrada. Todas as análises realizadas com dados simulados foram repetidas nesta etapa e os resultados estão discutidos nas subseções a seguir. As curvas e espectros estão apresentadas para 80 kV, os demais resultados se encontram no apêndice E.

7.8.1 Cálculo dos parâmetros de qualidade

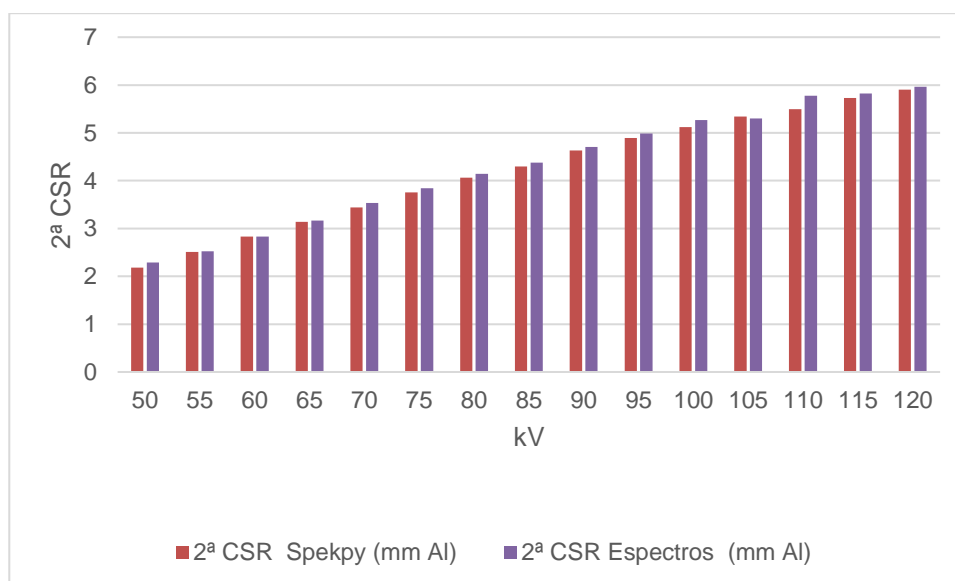
As Figuras 23, 24 e 25 ilustram a análise comparativa dos parâmetros de qualidade determinados por meio dos espectros reconstruídos, utilizando a metodologia descrita na seção 6.4.2, a partir das curvas experimentais obtidas na seção 6.2.1. Esses parâmetros foram então comparados com os dados simulados pelo *Spekpy*. Através dessas figuras, é possível avaliar a congruência entre os resultados experimentais e simulados, fornecendo informações sobre a precisão do método utilizado e a validade dos dados obtidos.

Figura 23 - 1ª CSR calculada com dados experimentais



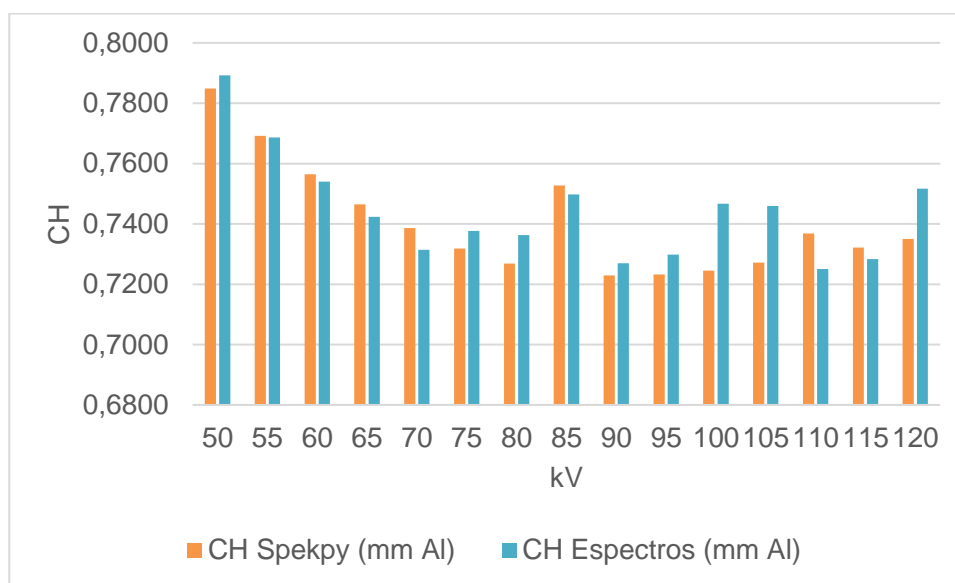
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 24 - 2ª CSR calculada com dados experimentais



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

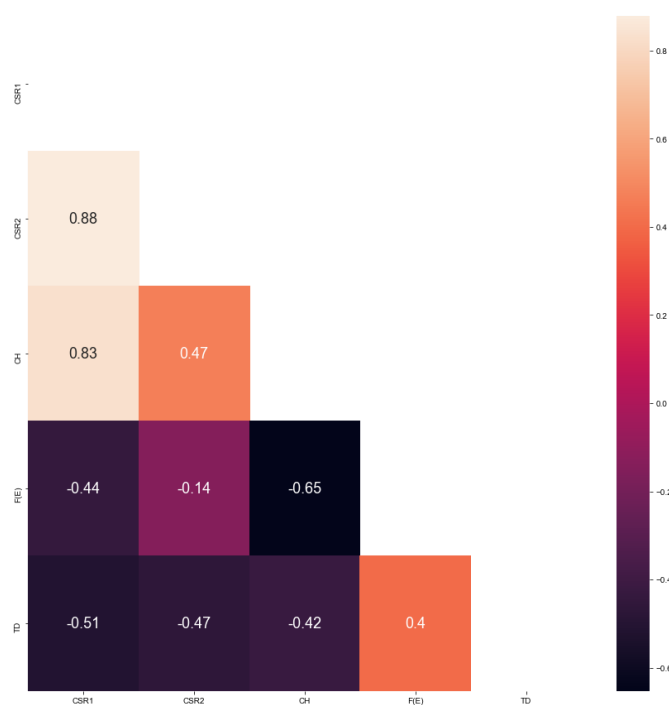
Figura 25 – CH calculada com dados experimentais



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Para o parâmetro 1ª CSR, o menor erro médio percentual encontrado foi de 0,067%, enquanto o maior erro médio percentual foi de 3,19%. Em relação ao parâmetro 2ª CSR, o menor erro médio percentual foi de 0,067%, e o maior erro médio percentual foi de 4,89%. Quanto ao parâmetro CH, observou-se que o menor erro médio percentual foi de 0,066%, e o maior erro médio percentual foi de 2,97%.

Figura 26- Análise da correlação entre os erros para 80 kV para dados experimentais.



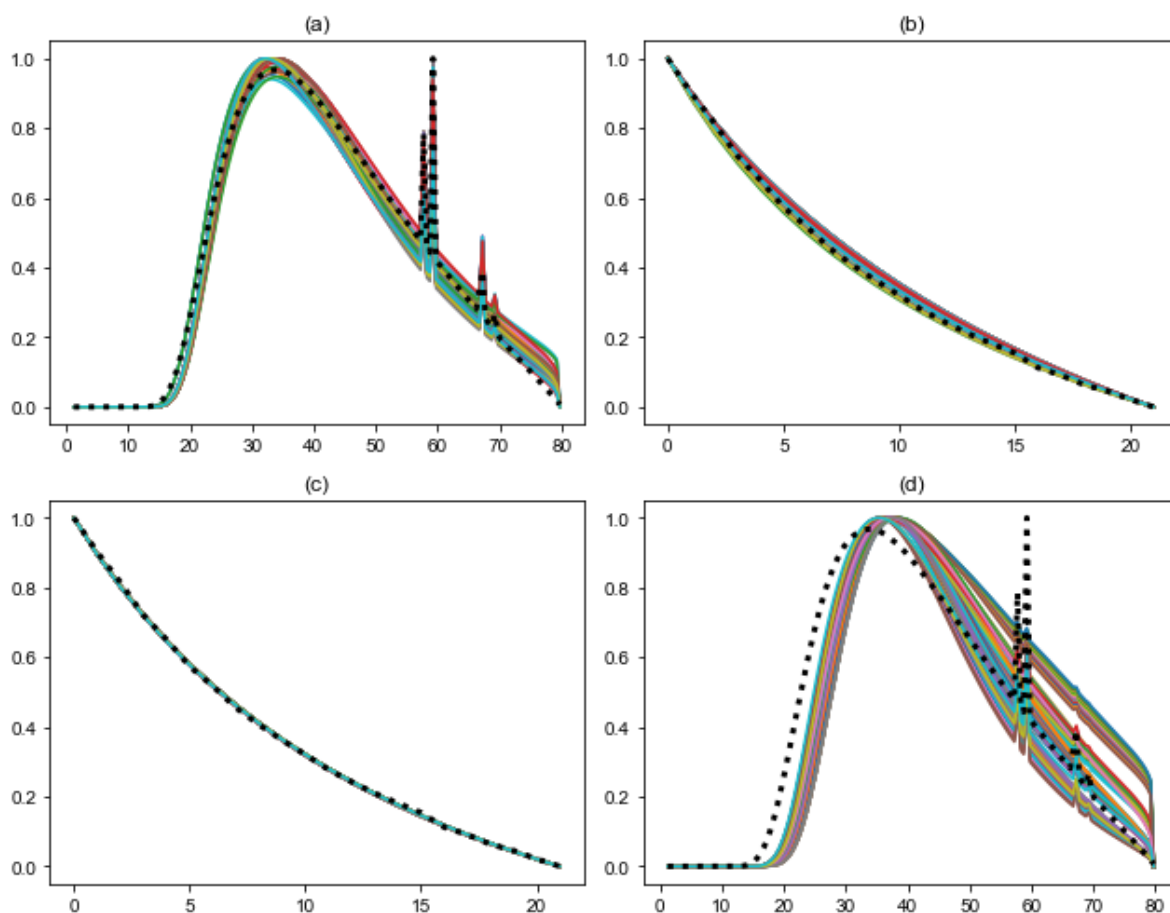
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Ao examinar a figura 26 e realizar uma análise abrangendo também os dados experimentais, foi possível confirmar a existência da mesma correlação entre o parâmetro CH e o erro do espectro, que havia sido identificada previamente com os dados simulados na seção 7.5. Essa constatação é promissora e uma análise mais aprofundada dessa relação será estudada em trabalhos futuros.

7.8.2 Reconstrução espectral pela busca exaustiva com filtragem

A figura 27 apresentam os resultados do processo de ordenação para as 100 melhores curvas de transmissão e os 100 melhores espectros reconstruídos, respectivamente. Os demais resultados podem ser encontrados no Apêndice E. Já as tabelas 6 e 7 mostram os 100 melhores resultados do modelo com base no ordenamento das melhores curvas de transmissão e melhores espectros. Nesta etapa também já foi incorporada a metodologia de filtragem adicional de Archer & Wagner (1989), com os mesmos parâmetros de filtragem adicional definidos com os dados simulados na seção 7.7

Figura 27 - (a) 100 Melhores espetros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Tabela 6 - Resultados dos parâmetros e erros associados para ordenamento das melhores curvas

kV	a	b	v	r	RMSE - Curva T(d)	RMSE -- Espectro F(E)
50	8,00	0,75	0,55	1,00	0,0167	2,1255
55	8,25	1,25	0,70	1,00	0,0235	1,1054
60	11,25	1,25	0,70	1,00	0,0136	0,9913
65	9,50	1,25	0,60	1,00	0,0142	1,4521
70	11,75	1,50	0,75	1,00	0,0143	0,8221
75	13,00	1,25	0,70	0,90	0,0147	0,5110
80	9,50	2,00	0,75	0,80	0,0217	1,6229
85	14,75	0,50	0,30	0,10	0,0825	3,9055
90	13,00	1,0	0,65	0,90	0,0141	3,3150
95	9,25	2,0	0,70	0,70	0,0125	3,9680
100	8,0	2,0	0,70	0,90	0,0288	4,2632
105	9,50	2,75	0,70	0,90	0,0139	4,8962
110	10,00	2,00	0,75	0,40	0,0162	4,8932
115	8,75	2,75	0,50	0,40	0,0003	5,8749
120	10,00	2,75	0,65	0,90	0,0277	5,6761

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Tabela 7 - Resultados dos parâmetros e erros associados para ordenamento dos melhores espectros

kV	a	b	v	r	RMSE -- Espectro F(E)	RMSE – Curva T(d)
50	8.0	1.0	0.75	1.00	0.438811	0.02608
55	8.5	1.0	0.75	1.00	0.250092	0.088362
60	8.25	1.0	0.7	1.00	0.246739	0.077004
65	8.0	1.0	0.65	1.00	0.291027	0.092788
70	8.0	1.0	0.6	1.00	0.3709	0.061736
75	14.75	1.25	0.7	0.60	0.421531	0.088546
80	13.00	1.25	0.65	0.40	0.384522	0.117343
85	10.75	1.25	0.6	0.30	0.285729	0.122681
90	13.0	1.25	0.6	0.20	0.243455	0.54554
95	9.75	1.25	0.55	0.20	0.225395	0.176857
100	14.25	1.5	0.6	0.10	0.243696	0.413246

105	2.25	1.5	0.6	0.10	0.221982	0.204266
110	11.50	1.25	0.5	0.10	0.207592	0.088893
115	10.75	1.25	0.5	0.10	0.197022	0.000212
120	8.50	1.5	0.5	0.10	0.202021	0.183794

Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

De forma geral, alguns kVs tiveram erros mais significativos. Essas imprecisões podem estar associadas a diversos fatores, como variações nas condições experimentais, erros de medição ou até mesmo limitações no próprio modelo. Para uma melhor compreensão dessas discrepâncias, é necessário um estudo mais aprofundado, investigando as causas desses erros e identificando possíveis melhorias no modelo ou no experimento.

7.9 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo analisar o método indireto para a reconstrução de espectros de raios X em radiodiagnóstico, utilizando o modelo de Archer & Wagner (1988) associado a diferentes abordagens analíticas e interpolação numérica. Os resultados revelaram que a interpolação de Spline Cúbica alcançou o menor erro de reconstrução em comparação com os modelos existentes na literatura, como Manjunatha (2017) e Okunade (2007). Isso indica a vantagem dessa abordagem em relação à eliminação da dependência de um modelo externo específico para um intervalo de energia determinado.

As principais conclusões referentes aos resultados dos parâmetros de qualidade (1ª e 2ª CSR e CH) mostrou que a reconstrução dos espectros com base no parâmetro CH poderá resultar em uma melhor concordância com os espectros simulados, uma vez que ele é o parâmetro que apresentou maior correlação com o espectro. Isso indica a possibilidade de incorporar o parâmetro CH em uma abordagem futura de otimização não linear do modelo.

Os principais achados obtidos pelo método de busca exaustiva demonstraram que mesmo com a obtenção de boas curvas de transmissão reconstruídas, verificou-se que há um elevado grau de incerteza na estimação dos parâmetros a , b , v , r , uma vez que diferentes valores de parâmetros levam a curvas de transmissão similares, porém a diferentes resultados na sobreposição dos espectros reconstruídos. Isso revelou a necessidade de explorar a relação entre os parâmetros do modelo e os espectros reconstruídos de forma mais aprofundada, além de considerar informações adicionais para melhorar a precisão e possibilitar o uso clínico do método indireto.

O método de filtragem proposto por Archer & Wagner (1989) demonstrou uma redução significativa nos erros associados aos espectros reconstruídos e espectros de referência para energias abaixo de 95 kV, conforme a análise de discrepância realizada. No entanto, para energias mais elevadas, são necessários estudos adicionais a fim de aprimorar os resultados e buscar melhores soluções. As sugestões para trabalhos futuros estão descritas na seção a seguir.

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

8.1 Análise de identificabilidade dos parâmetros do modelo

Neste trabalho, uma análise do método indireto foi realizada a partir de uma implementação via busca exaustiva dos parâmetros do modelo de Archer & Wagner (1988). Todas as análises feitas a partir de um inúmeras combinações dos parâmetros (descritas nas seções 7.4 e 7.5) para reconstrução do espectro trouxeram lacunas que precisam ser estudadas. Uma análise seguinte se dará pela estruturação de uma análise de identificabilidade aplicada ao método indireto, com o objetivo de definir, de forma mais precisa, a correlação entre os parâmetros não lineares do modelo ($a, b, v e r$). Segundo Botelho (2011), a análise de identificabilidade é uma etapa fundamental e deve ser realizada antes da estimação de parâmetros associados a qualquer modelo (BOTELHO, TRIERWEILER, 2011). Seu objetivo consiste em informar quais parâmetros de um modelo podem ser estimados de maneira confiável.

8.2 Análise aprofundada da correlação entre o método indireto e os parâmetros de qualidade

Uma análise mais robusta da relação entre os parâmetros de qualidade e o impacto no espectro reconstruído pelo método indireto será realizada. Apesar dos resultados discutidos na seção 7.8, ainda é necessário validar de que forma o parâmetro CH tem um impacto maior nos espectros reconstruídos de forma indireta. De posse dessa análise, um dos parâmetros poderá ser escolhido para incorporar como um parâmetro adicional para uma posterior rotina de otimização não linear dos parâmetros.

Para uma análise ainda mais abrangente, serão estudados outros parâmetros físicos no modelo, incluindo a energia efetiva e média do feixe de raios X. Esses parâmetros desempenham um papel crucial na caracterização e otimização de sistemas de radiografia e podem fornecer métricas adicionais sobre o desempenho e a precisão das reconstruções.

8.3 Proposição de uma otimização não linear considerando parâmetros adicionais

Neste trabalho toda a análise foi feita a partir da implementação do método indireto pela abordagem de busca exaustiva. Ou seja, os parâmetros foram estimados a partir de um n conjuntos de combinações quando comparados a dados de referência. Essa abordagem serviu para analisar o modelo de forma mais abrangente, para identificar e buscar solucionar as limitações e vieses do mesmo. No entanto, do ponto de vista de implementação, é necessário propor uma metodologia de otimização não linear para os parâmetros. Dessa forma, a etapa seguinte será a proposição de uma rotina de otimização não linear, a partir da busca do otimizador mais adequado para o método indireto.

8.4 Proposição de uma ferramenta computacional

Após implementar, analisar e validar a modelagem matemática descrita anteriormente, a próxima etapa é desenvolver uma ferramenta computacional. Essa ferramenta terá aplicação no setor de radiodiagnóstico e permitirá ao usuário estimar os espectros de raios X nas faixas de 50 a 130 kV, de acordo com a Instrução Normativa Nº 90 da ANVISA (BRASIL, 2021).

O objetivo principal dessa ferramenta é permitir que o usuário obtenha as curvas de transmissão e os espectros do equipamento de raios X. Além disso, ele poderá calcular indicadores de qualidade, como 1ª e 2ª CSR e CH. Para obter os resultados, o usuário precisará inserir dados de entrada, como o material atenuador, o intervalo de energia desejado, uma lista de dados de *kerma* e uma lista de espessuras correspondentes a cada valor de *kerma*. Esses dados devem ser fornecidos em um arquivo CSV. A ferramenta fornecerá como resultado a curva de transmissão experimental, o espectro de raios X, os valores de CSR e CH, e uma indicação se o valor de CSR está dentro dos limites mínimos exigidos pela IN nº 90 da ANVISA (BRASIL, 2021).

REFERÊNCIAS

- ALAM, Md Didarul; NASIM, Syeda S.; HASAN, Samiul. **Recent progress in CdZnTe based room temperature detectors for nuclear radiation monitoring**. Progress in Nuclear Energy, v. 140, p. 103918, 2021.
- AKÇA, Burcu; ERZENEÖĞLU, Salih Z. The mass attenuation coefficients, electronic, atomic, and molecular cross sections, effective atomic numbers, and electron densities for compounds of some biomedically important elements at 59.5 keV. Science and Technology of Nuclear Installations, v. 2014, 2014.
- ANKERHOLD, Ulrike. Catalogue of x-ray spectra and their characteristic data-ISO and DIN radiation qualities, therapy and diagnostic radiation qualities, unfiltered x-ray spectra. 2000.
- ARCHER, Benjamin R.; WAGNER, Louis K. **A Laplace transform pair model for spectral reconstruction**. Medical physics, v. 9, n. 6, p. 844-847, 1982.
- ARCHER, Benjamin R.; WAGNER, Louis K. **Determination of diagnostic x-ray spectra with characteristic radiation using attenuation analysis**. Medical physics, v. 15, n. 4, p. 637-641, 1988.
- ARCHER, B. R.; WAGNER, L. K. A modified x-ray spectra reconstruction technique. Physics in Medicine & Biology, v. 34, n. 4, p. 539, 1989.
- ATTIX, Frank Herbert. **Introduction to radiological physics and radiation dosimetry**. John Wiley & Sons, 2008.
- BAIRD, L. C. X-ray spectra vs attenuation data: A theoretical analysis. Medical physics, v. 8, n. 3, p. 319-323, 1981.
- BERGER, Martin J.; HUBBELL, John Howard. XCOM: **Photon cross sections on a personal computer**. National Bureau of Standards, Washington, DC (USA). Center for Radiation Research, 1987.
- BIRCH, R. Catalogue of spectral data for diagnostic x-rays. Hospital Physicists' Association, v. 8, p. 41, 1979.
- BELL, G. E. Spectral distribution in the continuous X-ray spectrum and the specification of X-ray quality. **The British Journal of Radiology**, v. 9, n. 106, p. 680-688, 1936.
- BRASIL, Ministério da Saúde. Agência Nacional de Vigilância Sanitária. **Radiodiagnóstico Médico: Desempenho de Equipamentos e Segurança/Ministério da Saúde**, Agência Nacional de Vigilância Sanitária. – Brasília: Ministério da Saúde, 2005. Disponível em:

https://www.saude.gov.br/images/imagens_migradas/upload/arquivos/2013-08/manual_radiodiagnostico.pdf. Acesso em: 04 de abril de 2022

BRASIL, Ministério da Saúde. **DATA SUS: Tabnet. 2020**. Disponível em: <http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/tabcgi.exe?sia/cnv/qauf.def>. Acesso em: 20 fev. 2021

BRASIL. **Resolução RDC Nº 611, de 09 de março de 2022**. Disponível em: <<https://in.gov.br/en/web/dou/-/resolucao-rdc-n-611-de-9-de-marco-de-2022-386107075>> Acesso em: 10 de abril de 2022.

BRASIL. Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e comunicações. Comissão Nacional de Energia Nuclear. **Norma CNEN NN 3.01, Resolução 164/14 – Diretrizes básicas de proteção radiológica**. Rio de Janeiro – RJ, 2014.

COSTA, Alessandro M.; POTIENS, Maria da Penha A. Application of a model based on a pair of Laplace transforms for standard low-energy X-ray beams spectral reconstruction. 2009.

CORREA, Eduardo de Lima. **Metodologia de controle de qualidade e implantacao de campos padroes de radiacao X, nivel mamografia, seguindo a norma IEC 61267**. 2010.

CURRY III, T.S.; DOWDEY, J.E.; MURRY, R.C. (1990). **Christensen's Physics of Diagnostic Radiology**. 4.ed. Philadelphia, Lea & Febiger.

CHAI, Tianfeng; DRAXLER, Roland R. Root mean square error (RMSE) or mean absolute error (MAE). **Geoscientific model development discussions**, v. 7, n. 1, p. 1525-1534, 2014.

CHEN, Suk Chiang; JONG, Wei Loong; HARUN, Ahmad Zaky. **Evaluation of x-ray beam quality based on measurements and estimations using SpekCalc and IPEM78 models. The Malaysian journal of medical sciences: MJMS**, v. 19, n. 3, p. 22, 2012.

CRANLEY, K., Gilmore B, Fogarty G, Desponds L. IPEM report 78: catalogue of diagnostic x-ray spectra and other data. 1997; CD-Rom edition.

DA SILVEIRA GATTO, Leandro Barbosa *et al.* Comparison of spectra and mean glandular dose (MGD) with tube voltage used in digital mammography for simulated, metrological and clinical cases. **Applied Radiation and Isotopes**, v. 176, p. 109862, 2021.

DELGADO, Víctor. Comparison between measured and predicted attenuation curves of x-ray beams. *Medical physics*, v. 26, n. 10, p. 2183-2189, 1999.

- DI CASTRO, E. *et al.* The use of cadmium telluride detectors for the qualitative analysis of diagnostic x-ray spectra. **Physics in Medicine & Biology**, v. 29, n. 9, p. 1117, 1984.
- ESCARPINATI, Mauricio Cunha. Desenvolvimento de um sistema computacional para utilização em procedimentos de controle de qualidade em equipamentos mamográficos. 2007. **Tese de Doutorado**. Universidade de São Paulo
- FRANCISCATTO, Priscila Cerutti. Caracterização das qualidades de radiação X seguindo as recomendações da norma IEC 61267 no laboratório de calibração do IPEN. São Paulo: Universidade de São Paulo, 2009.
- FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As pesquisas denominadas "estado da arte". **Educação & sociedade**, v. 23, p. 257-272, 2002.
- FIRMINO, Sandro Fernandes. Transmissão e fluência de fótons na área de radiodiagnóstico para diferentes configurações de feixes e blindagens. 2010.
- GREENING, J. R. The determination of x-ray wavelength distributions from absorption data. **Proceedings of the Physical Society**. Section A, v. 63, n. 11, p. 1227, 1950.
- INTERNATIONAL COMMISSION ON RADIATION UNITS AND MEASUREMENTS (ICRU). Radiation Quantities and Units, Washington, D.C;1983. (ICRU-33)
- INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION *et al.* Medical diagnostic X-ray equipment-Radiation conditions for use in the determination of characteristics. **IEC 61267**, 1994.
- HUBBELL, John Howard. Photon mass attenuation and energy-absorption coefficients. **The International Journal of Applied Radiation and Isotopes**, v. 33, n. 11, p. 1269-1290, 1982.
- HUANG, Pin-Hua; KASE, Kenneth R.; BJÄRNGÅRD, Bengt E. Spectral characterization of 4 MV bremsstrahlung by attenuation analysis. **Medical physics**, v. 8, n. 3, p. 368-374, 1981.
- INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION. IEC 61267: **Medical diagnostic x-ray equipment - Radiation conditions for use in the determination of characteristics**. Geneva, 2005.
- KHARRATI, Hedi; ZARRAD, Boubaker. Computation of beam quality parameters for Mo/Mo, Mo/Rh, Rh/Rh, and W/Al target/filter combinations in mammography. **Medical physics**, v. 30, n. 10, p. 2638-2642, 2003.
- KÜNZEL, Roseli *et al.* X-ray spectroscopy in mammography with a silicon PIN photodiode with application to the measurement of tube voltage: X-ray spectroscopy

in mammography with a silicon photodiode. **Medical physics**, v. 31, n. 11, p. 2996-3003, 2004.

KÜNZEL, Roseli. Espectrometria de raios X em mamografia aplicada à proteção radiológica. 2006. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

KONKEL, Frank. **What NSA's influence on NIST standards means for feds.** [S. l.], 7 set. 2013. Disponível em: <https://www.nist.gov/pml>. Acesso em: 5 maio 2022.

LACERDA, Marco Aurélio de Sousa; SILVA, Teógenes Augusto da; OLIVEIRA, Arno Heeren de. Influência da metodologia de avaliação da camada semirredutora em radiologia diagnóstica. **Radiologia Brasileira**, v. 40, n. 5, p. 331-336, 2007

LEITE, Diego de Oliveira; PRADO, Rogério Junqueira. Espectroscopia no infravermelho: uma apresentação para o Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 34, 2012.

LINKE, Arlene. **Espectroscopia de raios X utilizando o espalhamento Compton.** Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo, 2008.

MALEZAN, Alex. Reconstrução espectral de tubos de radiação odontológicos usando a transformada inversa de Laplace da curva de atenuação. 2013. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

MANJUNATHA, H. C. *et al.* Empirical formulae for mass attenuation and energy absorption coefficients from 1 keV to 20 MeV. **The European Physical Journal D**, v. 71, n. 9, p. 1-22, 2017.

OKINO, Hiroki *et al.* Measurement of response function of CdTe detector using diagnostic x-ray equipment and evaluation of monte carlo simulation code. *Nihon Hoshasen Gijutsu Gakkai Zasshi*, v. 70, n. 12, p. 1381-1391, 2014.

OKUNO, Emico; YOSHIMURA, Elisabeth Mateus II. **Física das radiações.** Volume 1, p.40.

OKUNADE, Akintunde A. Parameters and computer software for the evaluation of mass attenuation and mass energy-absorption coefficients for body tissues and substitutes. **Journal of Medical Physics/Association of Medical Physicists of India**, v. 32, n. 3, p. 124, 2007.

PAMPLONA, Gustavo SP; COSTA, Alessandro M. Determinação do espectro de raios X a partir da curva de transmissão para um equipamento de radiografia dentária. **Revista Brasileira de Física Médica**, v. 4, n. 2, p. 23-25, 2010.

POLUDNIOWSKI, Gavin *et al.* **A validation of Spekpy: A software toolkit for modelling X-ray tube spectra.** *Physica Medica*, v. 75, p. 44-54, 2020.

- POLUDNIOWSKI, Gavin *et al.* Spekpy v2. 0—a software toolkit for modeling x-ray tube spectra. *Medical Physics*, v. 48, n. 7, p. 3630-3637, 2021.
- RADIOLOGY CAFÉ. **Production of X-rays.** Disponível em: <https://www.radiologycafe.com/radiology-trainees/frcr-physics-notes/production-of-x-rays>. Acesso em: 20 fev. 2021.
- RUBIO, M.; MAINARDI, R. T. Determination of x-ray spectra including characteristic line intensities from attenuation data. *Physics in Medicine & Biology*, v. 29, n. 11, p. 1371, 1984.
- SANTOS, Josilene C. *et al.* Direct measurement of clinical mammographic x-ray spectra using a CdTe spectrometer. **Medical Physics**, v. 44, n. 7, p. 3504-3511, 2017.
- SANTOS, Ana Carolina G. dos; COSTA, Alessandro M. Determinação do Espectro de Raios-x Terapêuticos de Quilovoltagem a Partir da Curva de Atenuação, **Revista Brasileira de Física Médica**, v. 10, n. 3, p. 13-15, 2018.
- SANTOS, Josilene Cerqueira *et al.* Determinação da camada semirredutora e da tensão aplicada a partir de espectros emitidos por um tubo de raios X. **Revista Brasileira de Física Médica**, v. 10, n. 3, p. 28-33, 2016.
- SANTOS, Ana Carolina; VISBAL, Jorge Homero Wilches; DA COSTA, Alessandro Martins. Determinación del espectro de energía de un haz de rayos X terapéutico de kilovoltaje a partir de su curva de atenuación. **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**, v. 44, n. 170, p. 142-152, 2020.
- SOUZA, Daiane Miron de. Reconstrução espectral de feixes de raios X diagnósticos. 2017. Dissertação (Mestrado em Física Aplicada à Medicina e Biologia) - Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras de Ribeirão Preto, Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 2017. doi:10.11606/D.59.2018.tde-18012018-152142. Acesso em: 2023-05-08.
- SECHOPOULOS, Ioannis *et al.* Monte Carlo reference data sets for imaging research: Executive summary of the report of AAPM Research Committee Task Group 195. **Medical physics**, v. 42, n. 10, p. 5679-5691, 2015.
- SILVA, Gustavo Bernardes da. **Aplicação da Transformada de Laplace para obtenção do espectro de raios X móvel.** 2020. 13 f. TCC (Graduação) - Curso de Física Médica, Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, Universidade Federal de Ciências da Saúde de Porto Alegre, Porto Alegre, 2020.
- SOUZA, K. C. Espectros e Qualidades de Raios X para Uso em Radiodiagnóstico e Calibração de Equipamentos. **Master Degree Dissertation, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro**, 1996.

SOUZA, Marcela Tavares de; SILVA, Michelly Dias da; CARVALHO, Rachel de. **Revisão integrativa: o que é e como fazer**. Einstein (São Paulo), v. 8, p. 102-106, 2010.

SILBERSTEIN, Ludwik. Determination of the spectral composition of X-ray radiation from filtration data. **JOSA**, v. 22, n. 5, p. 265-280, 1932.

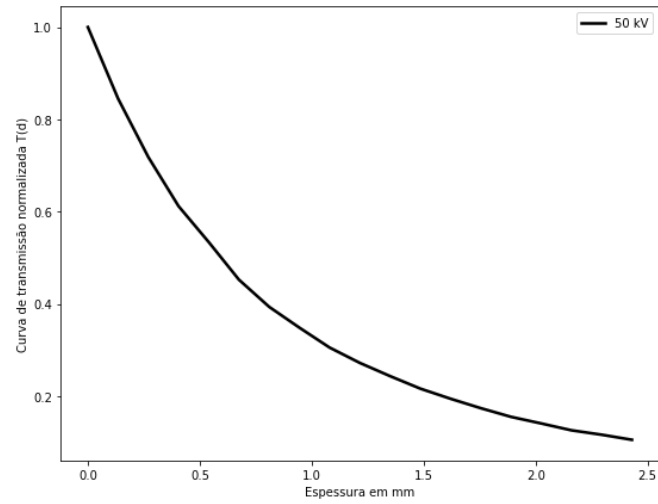
TAUHATA, Luiz *et al.* **Radioproteção e dosimetria: fundamentos**. Rio de Janeiro, 2003.

TOMAL, Alessandra *et al.* Monte Carlo simulation of the response functions of CdTe detectors to be applied in x-ray spectroscopy. **Applied Radiation and Isotopes**, v. 100, p. 32-37, 2015.

WILCHES, Visbal, J. H., Apaza-Veliz, D. G., & Nicolucci, P. (2022). Spectral reconstruction of kilovoltage photon beams using generalized simulated annealing. *Uniciencia*, 36(1). <https://doi.org/10.15359/ru.36-1.15>

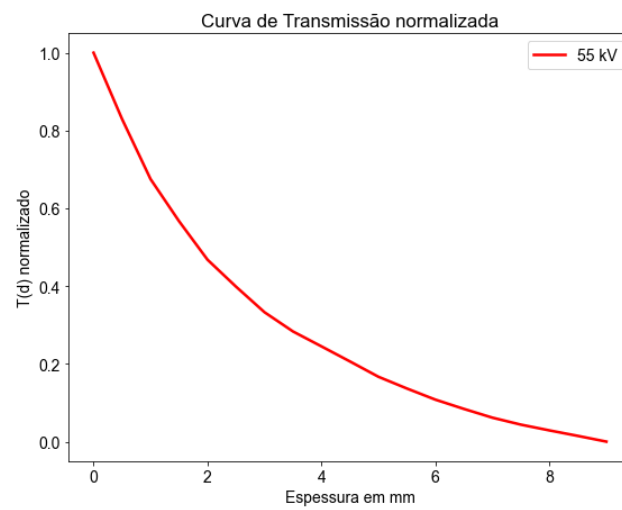
APÊNDICE A – CURVAS DE TRANSMISSÃO EXPERIMENTAIS

Figura 28 - Curva de transmissão experimental 50 kV



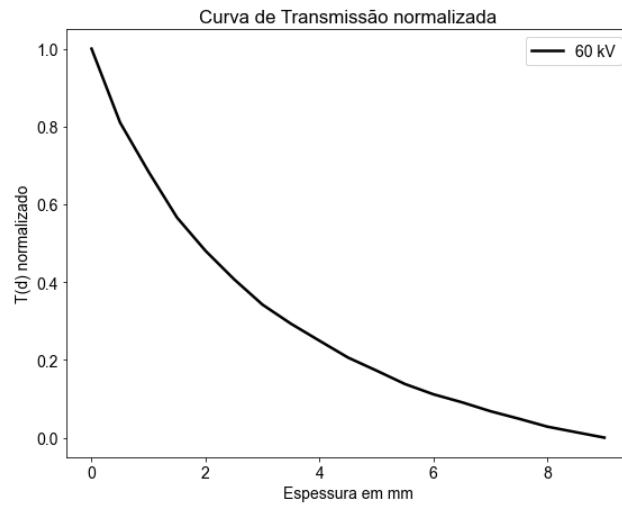
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 29 - Curva de transmissão experimental 55 kV



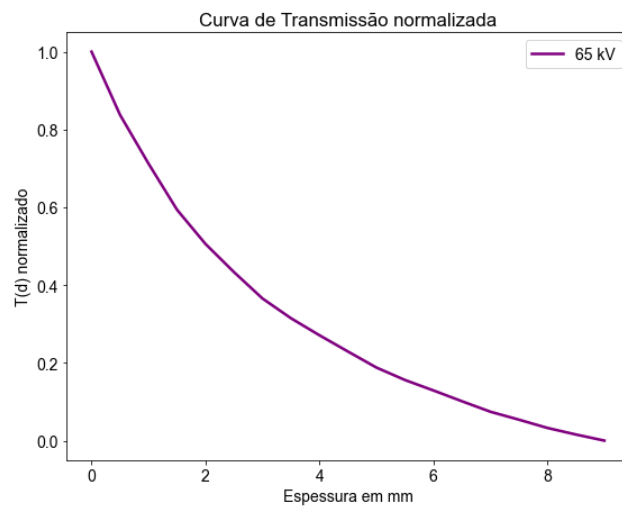
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 30 - Curva de transmissão experimental 60 kV



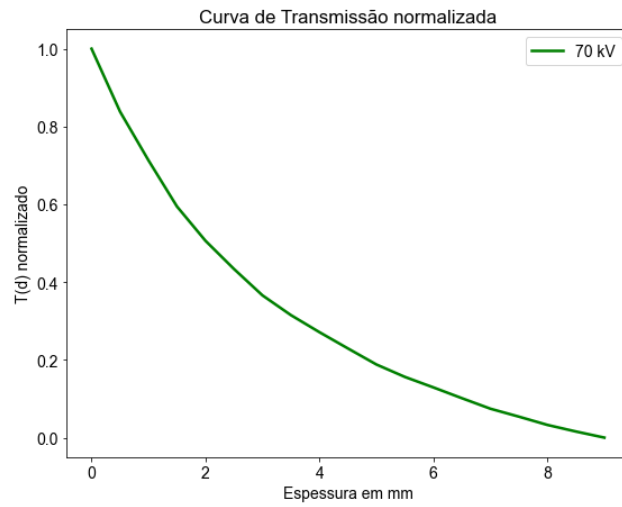
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 31- Curva de transmissão experimental 65 kV



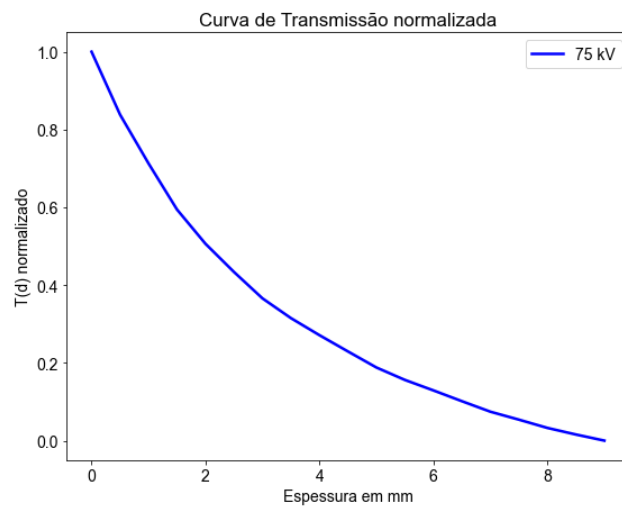
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 32 - Curva de transmissão experimental 65 kV



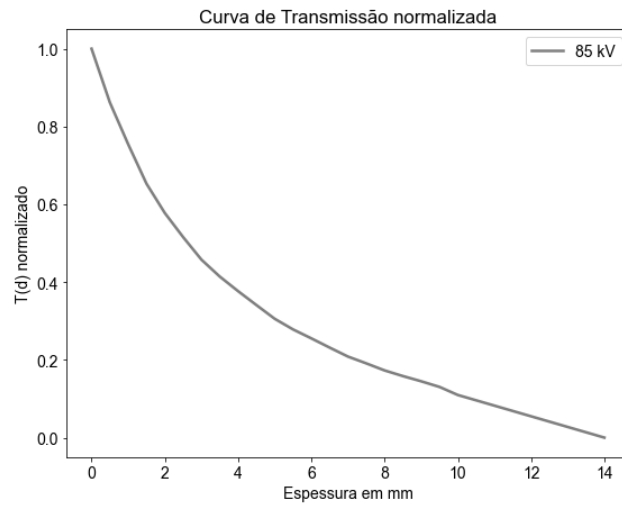
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 33 - Curva de transmissão experimental 75 kV



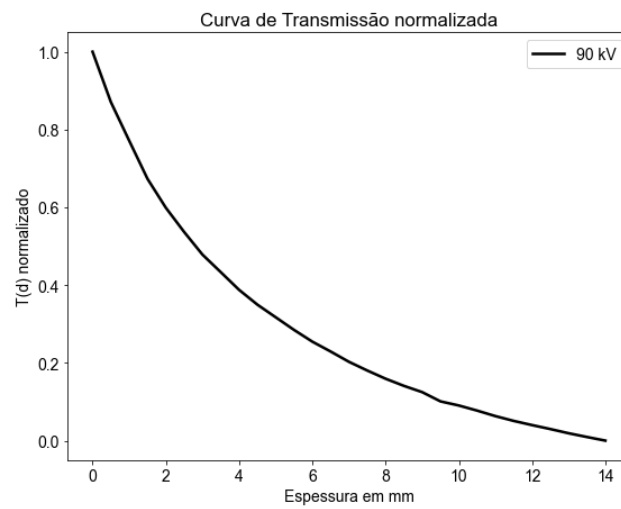
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 34 - Curva de transmissão experimental 85 kV



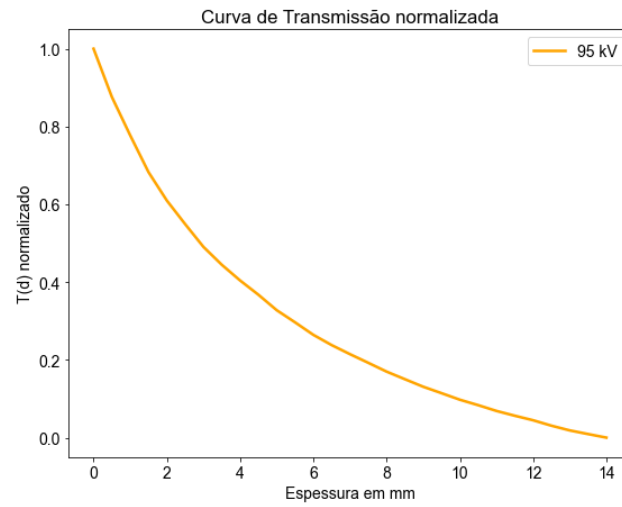
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 35 - Curva de transmissão experimental 90 kV



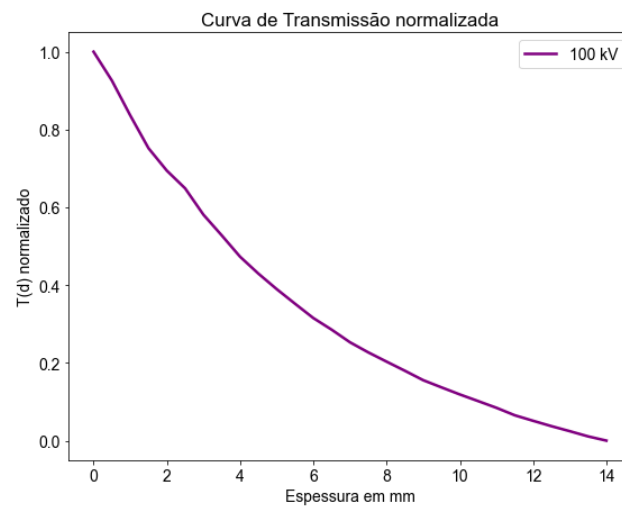
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 36 - Curva de transmissão experimental 95 kV



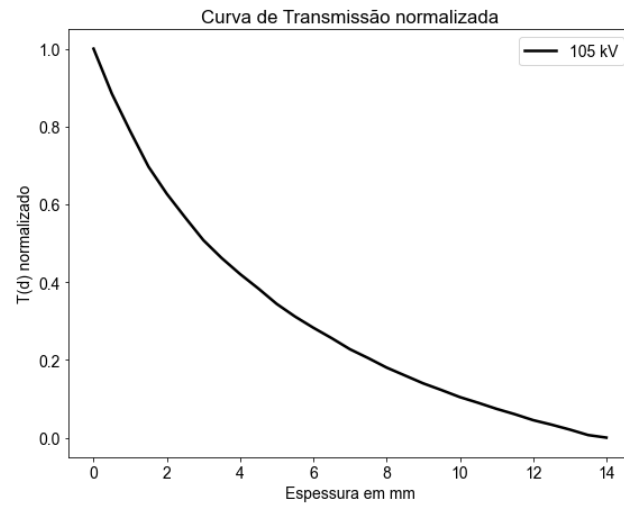
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 37 - Curva de transmissão experimental 100 kV



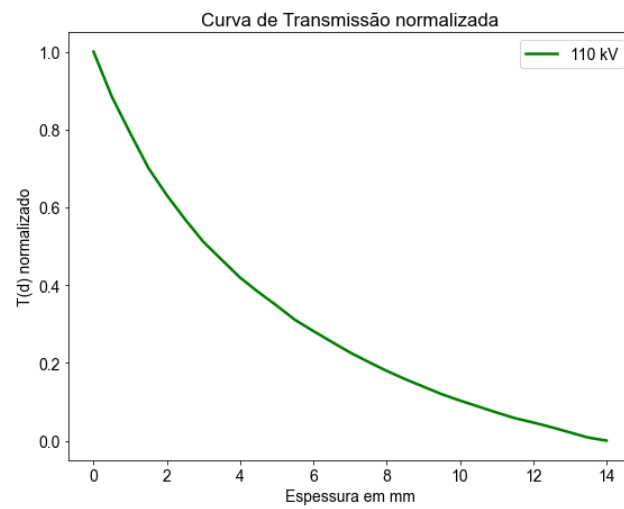
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 38- Curva de transmissão experimental 105 kV



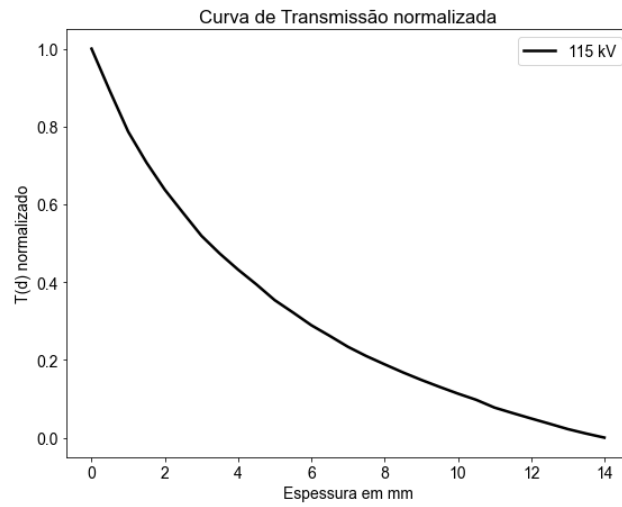
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 39 - Curva de transmissão experimental 110 kV



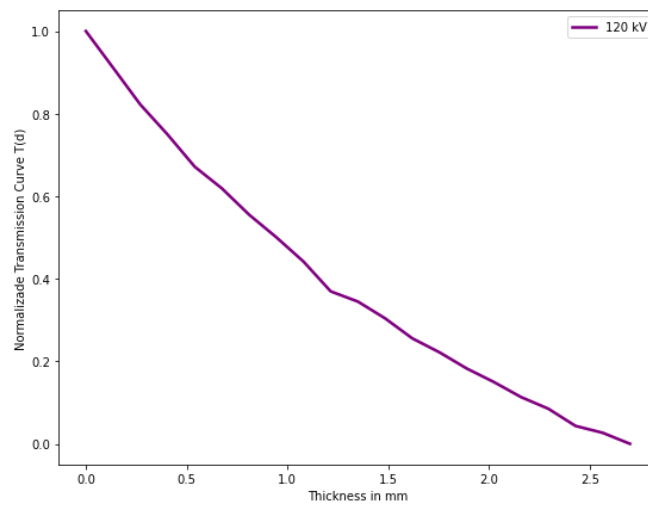
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 40 - Curva de transmissão experimental 115 kV



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

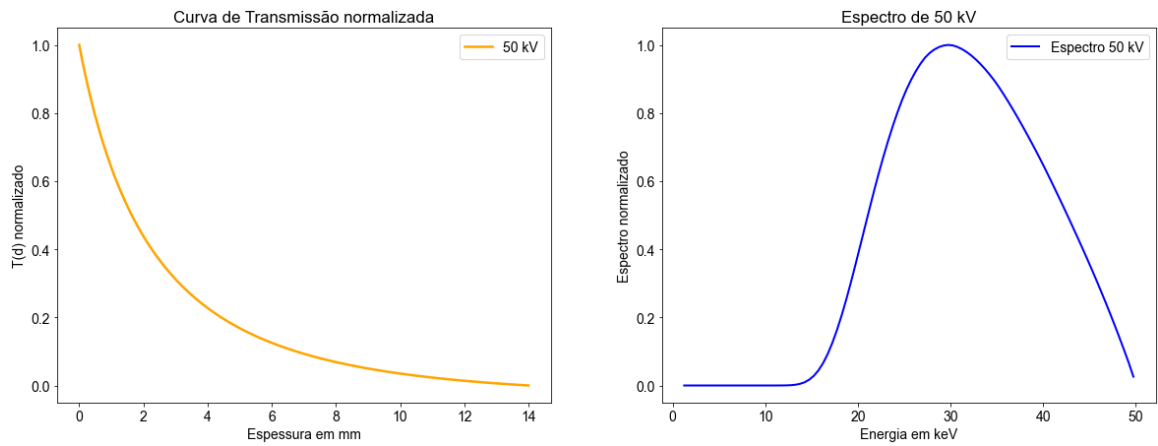
Figura 41 - Curva de transmissão experimental 120 kV



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

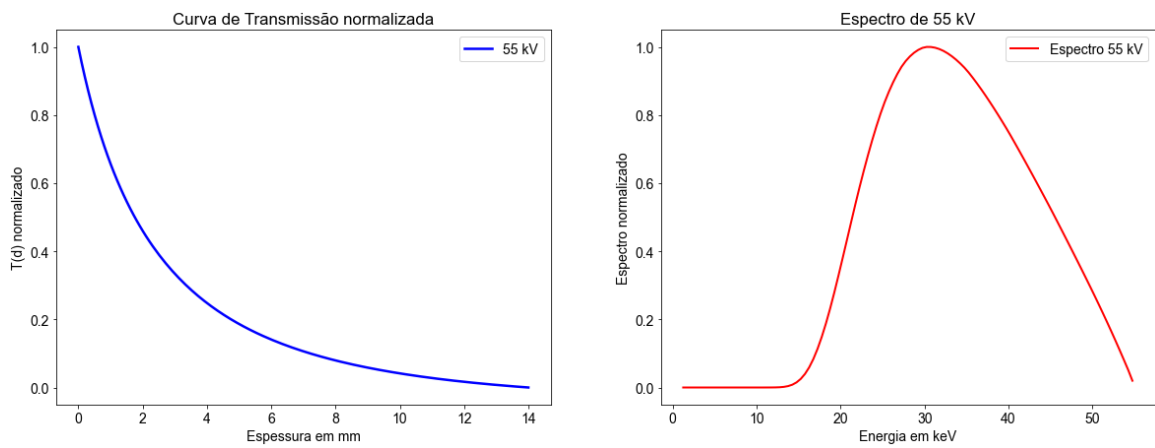
APÊNDICE B – CURVAS DE TRANSMISSÃO E ESPECTROS SIMULADOS

Figura 42 - Curva de transmissão e espectro simulados - 50 kV



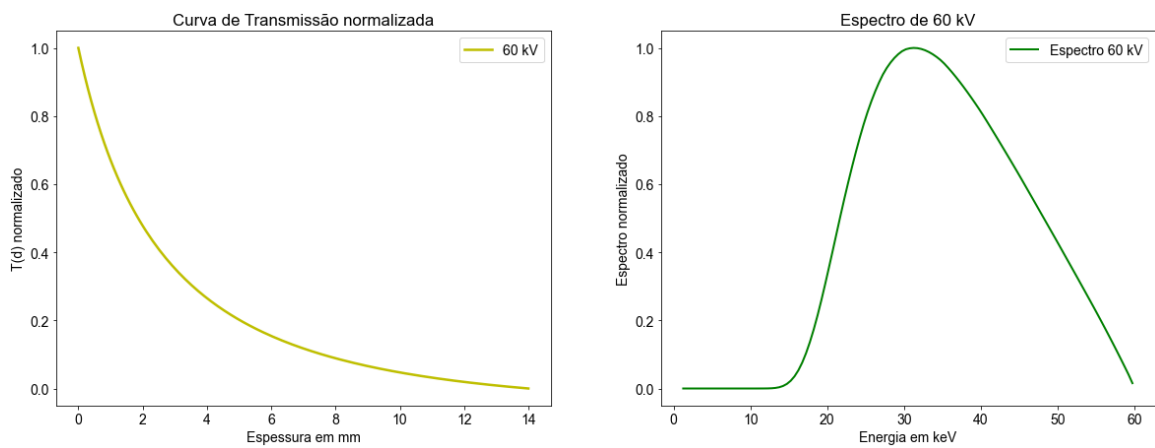
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 43 - Curva de transmissão e espectro simulados - 55 kV



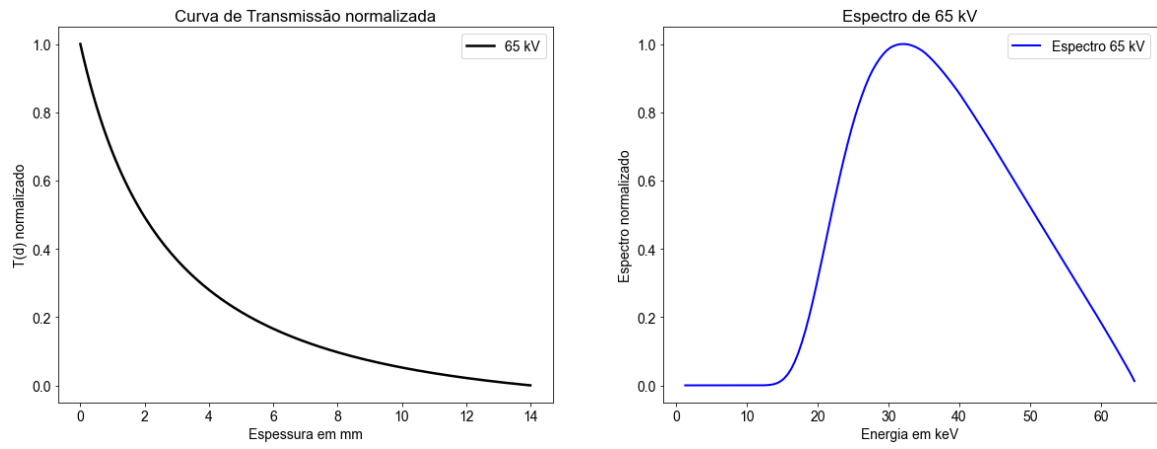
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 44 - Curva de transmissão e espectro simulados - 60 kV



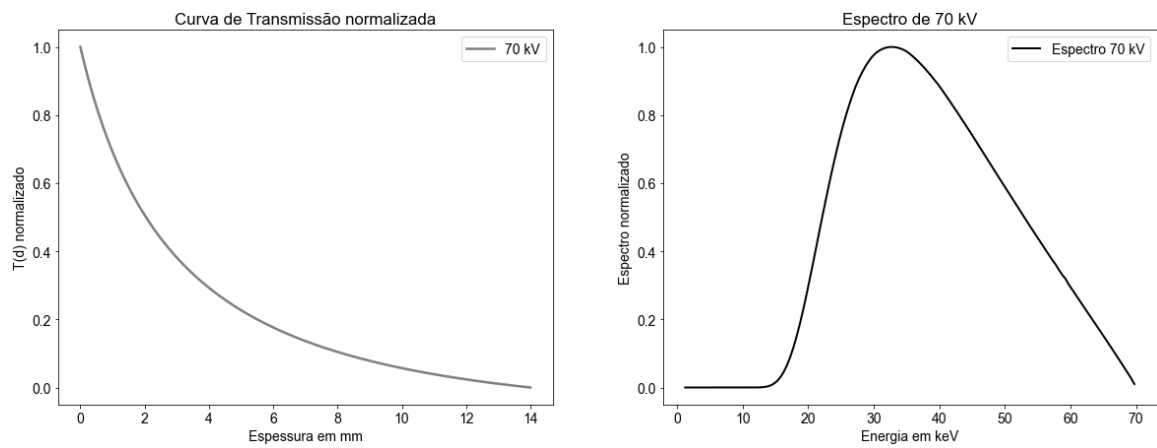
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 45 - Curva de transmissão e espectro simulados - 65 kV



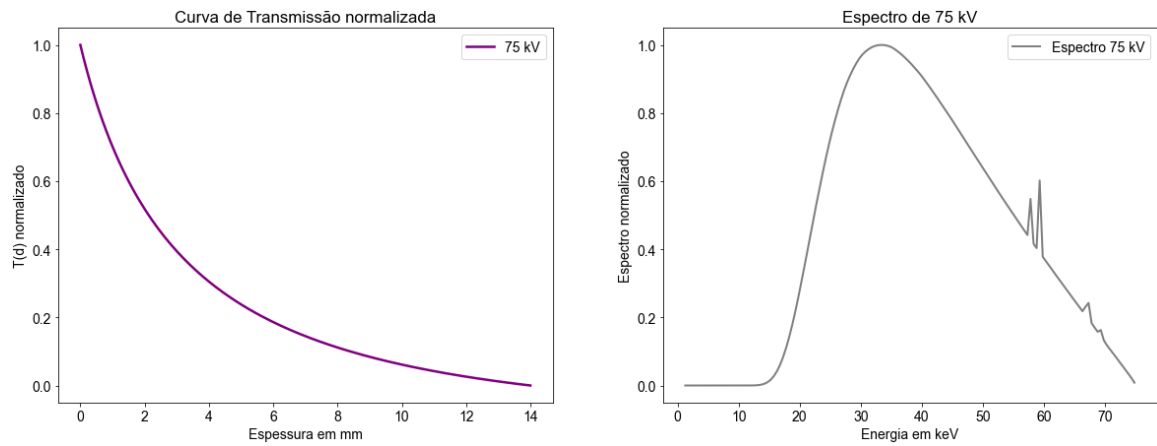
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 46 - Curva de transmissão e espectro simulados - 70 kV



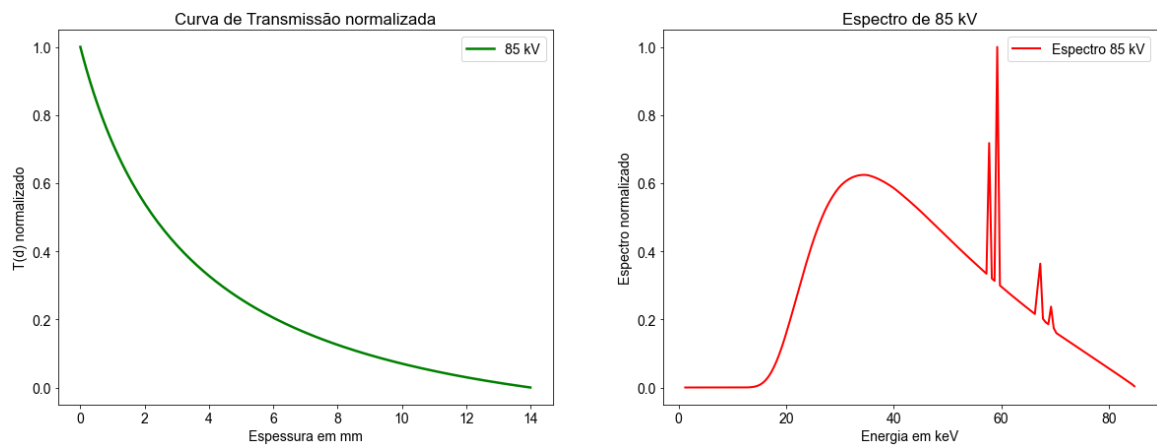
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 47 - Curva de transmissão e espectro simulados - 75 kV



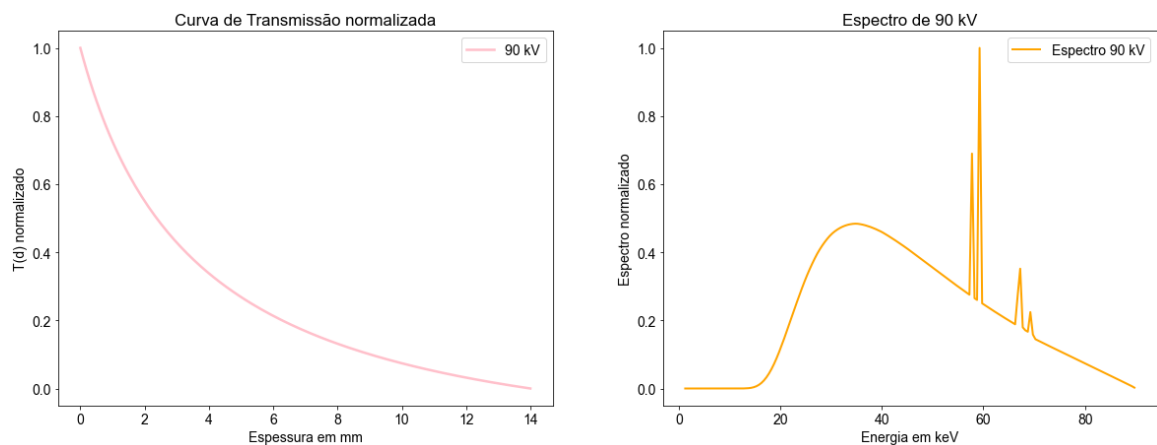
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 48 - Curva de transmissão e espectro simulados - 85 kV



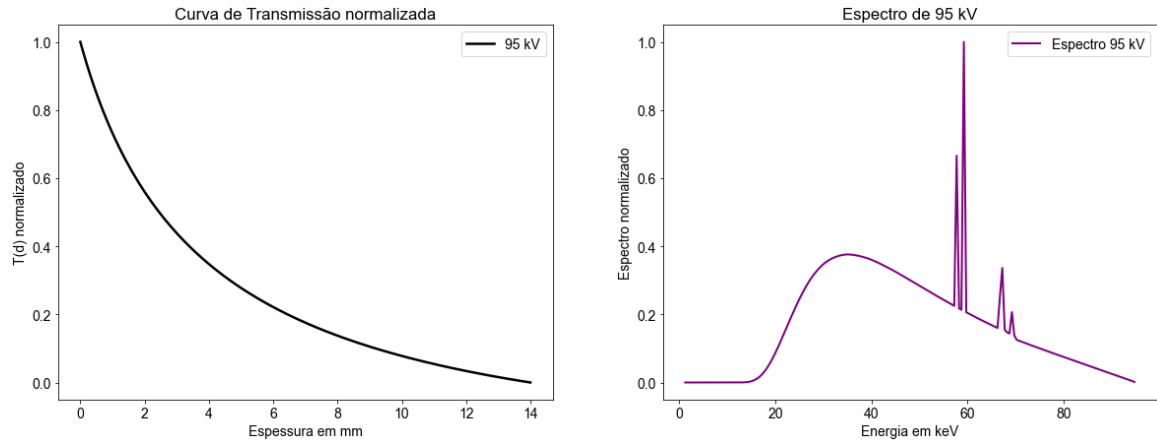
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 49 - Curva de transmissão e espectro simulados - 90 kV



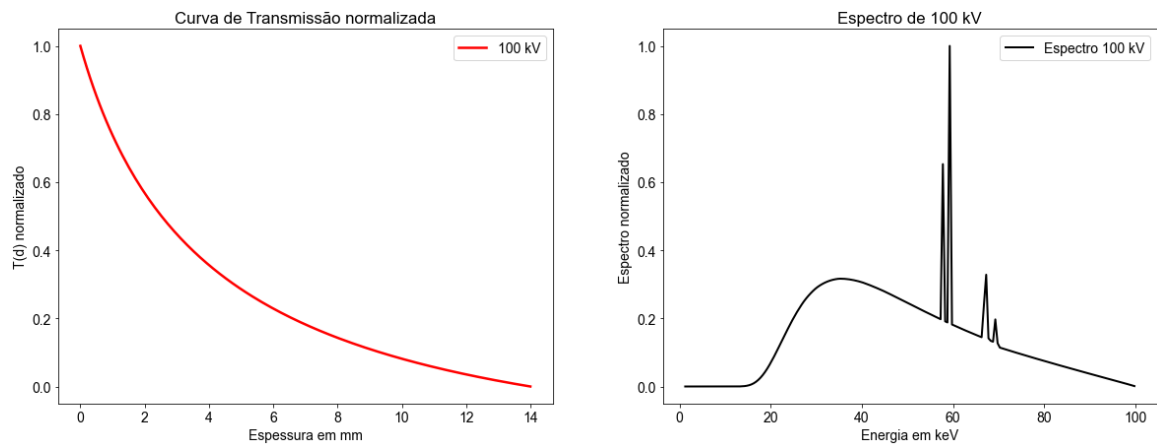
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 50 - Curva de transmissão e espectro simulados - 95 kV



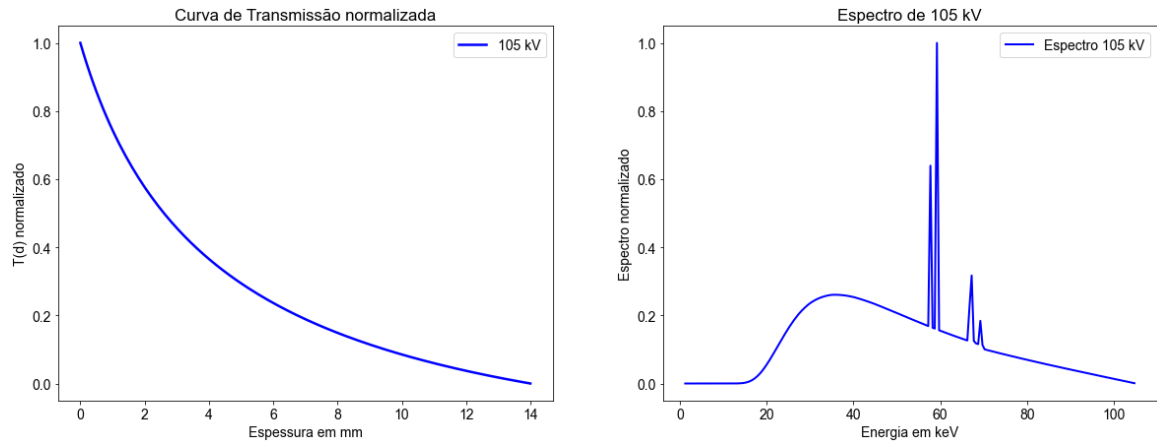
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 51 - Curva de transmissão e espectro simulados - 100 kV



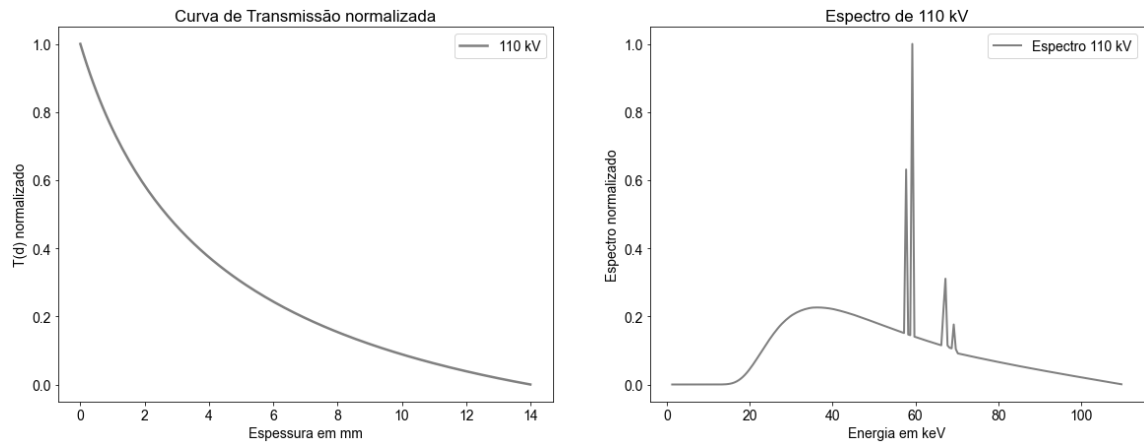
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 52 - Curva de transmissão e espectro simulados - 105 kV



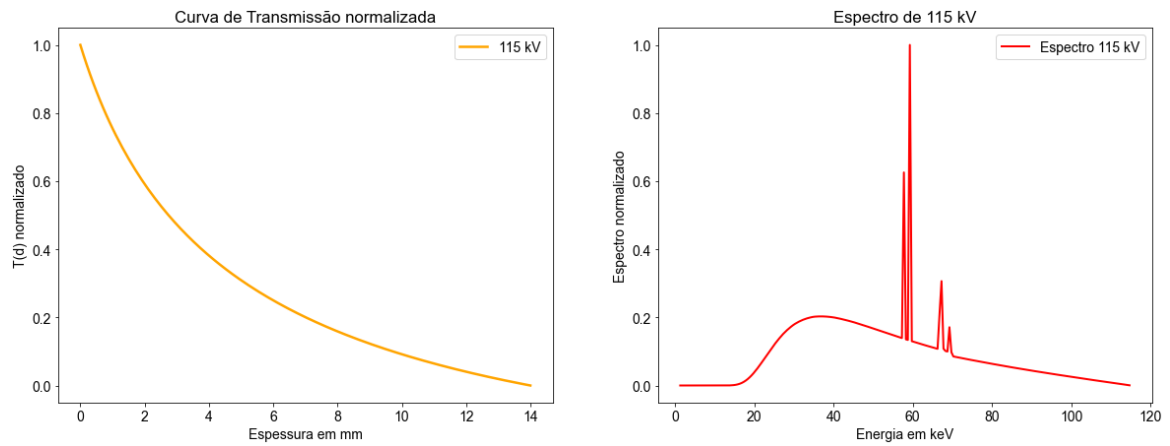
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 53 - Curva de transmissão e espectro simulados - 110 kV



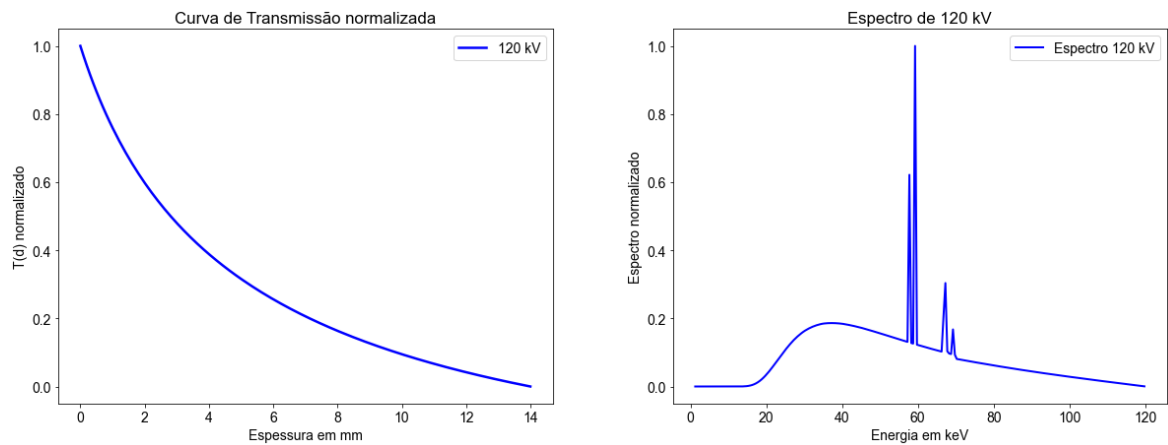
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 54 - Curva de transmissão e espectro simulados - 115 kV



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 55 - Curva de transmissão e espectro simulados - 120 kV

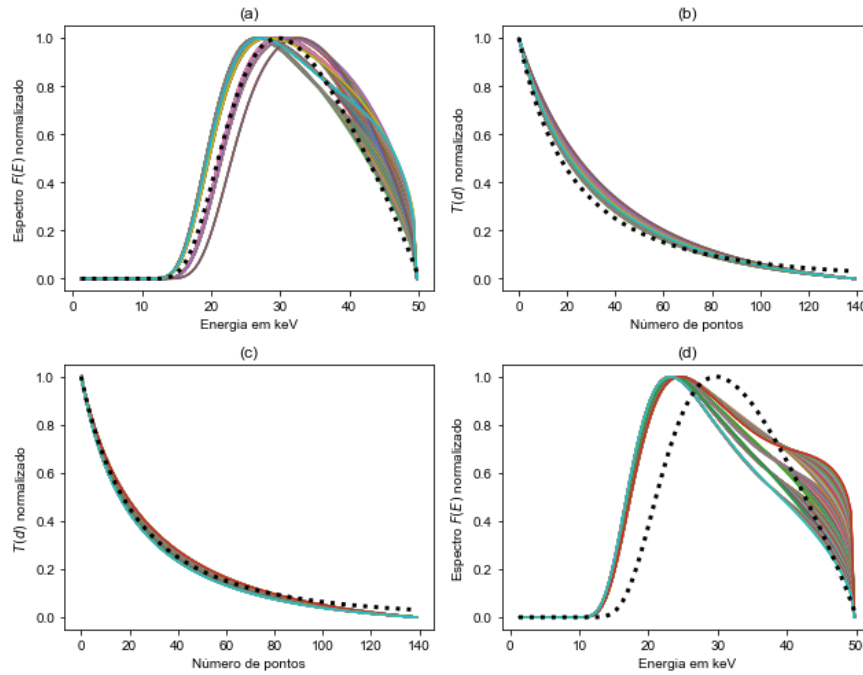


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

APÊNDICE C – MÉTODO DE BUSCA EXAUSTIVA DE DADOS SIMULADOS

50 kV

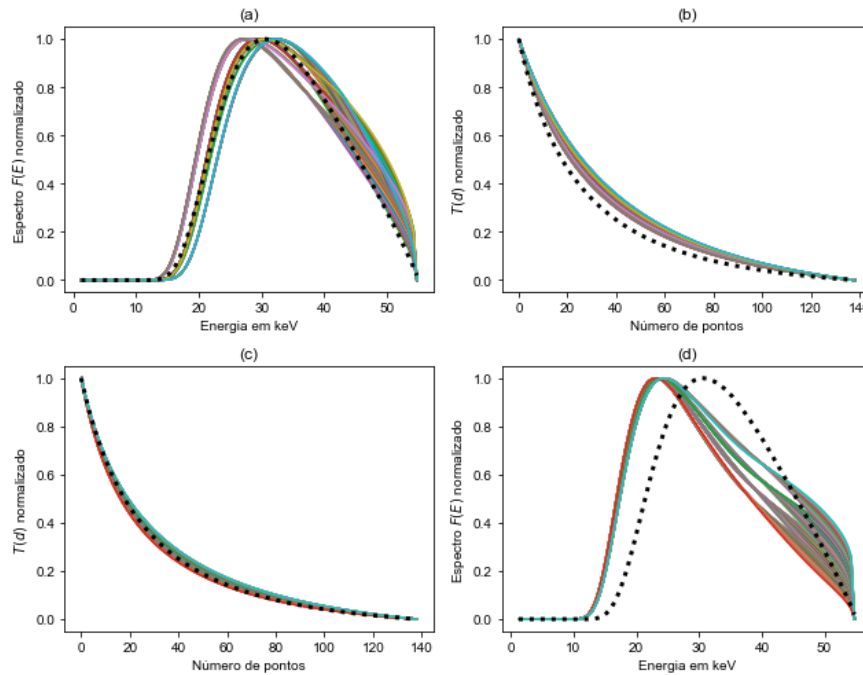
Figura 56- (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

55 kV

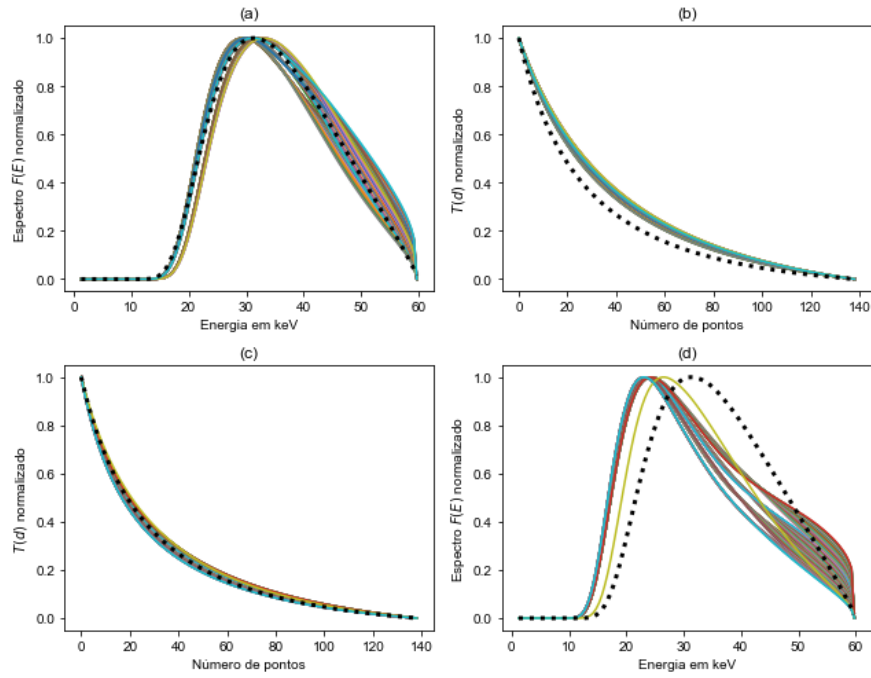
Figura 57- 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

60 kV

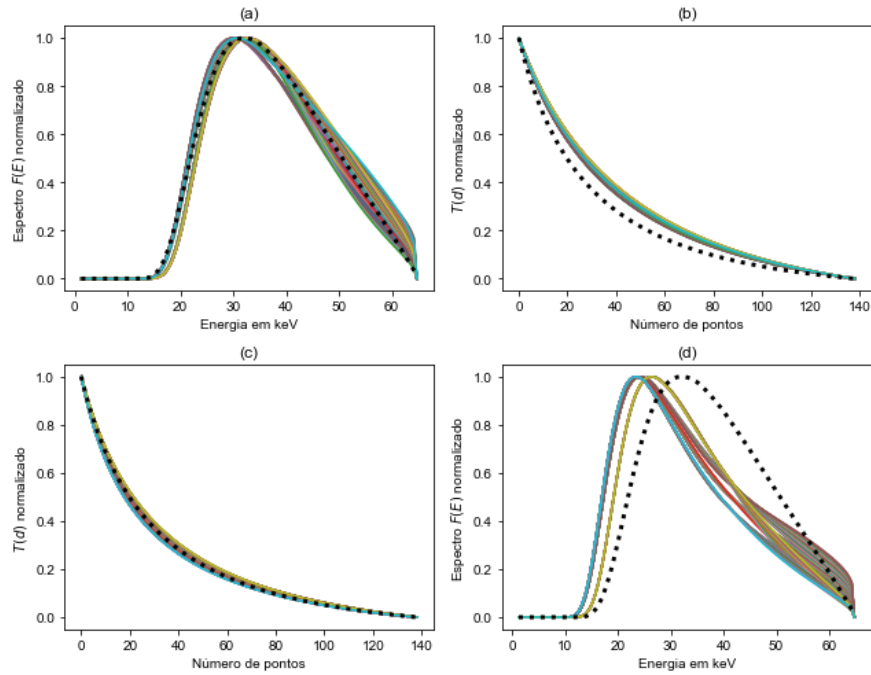
Figura 58- 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

65 kV

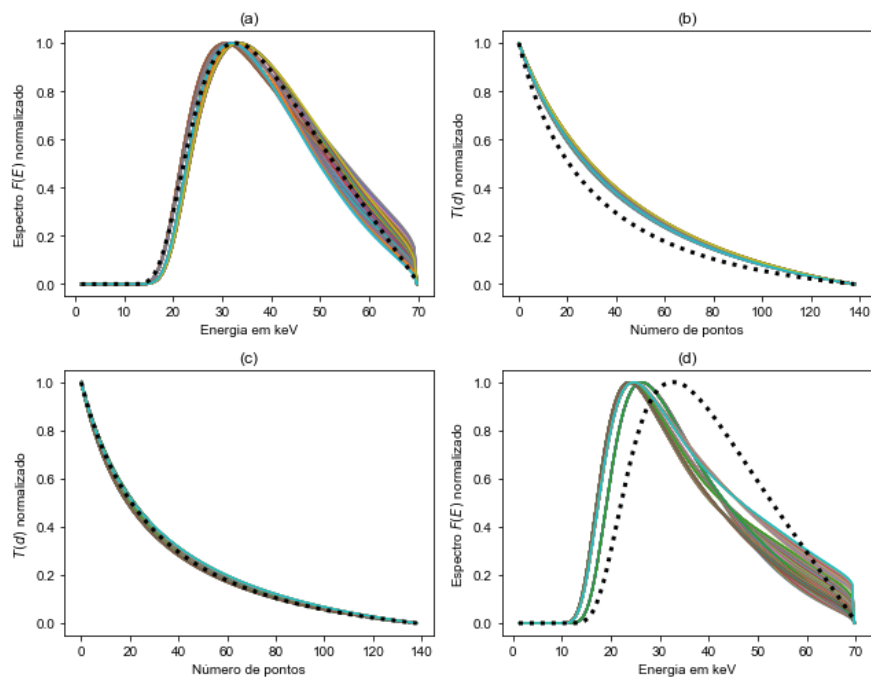
Figura 59 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

70 kV

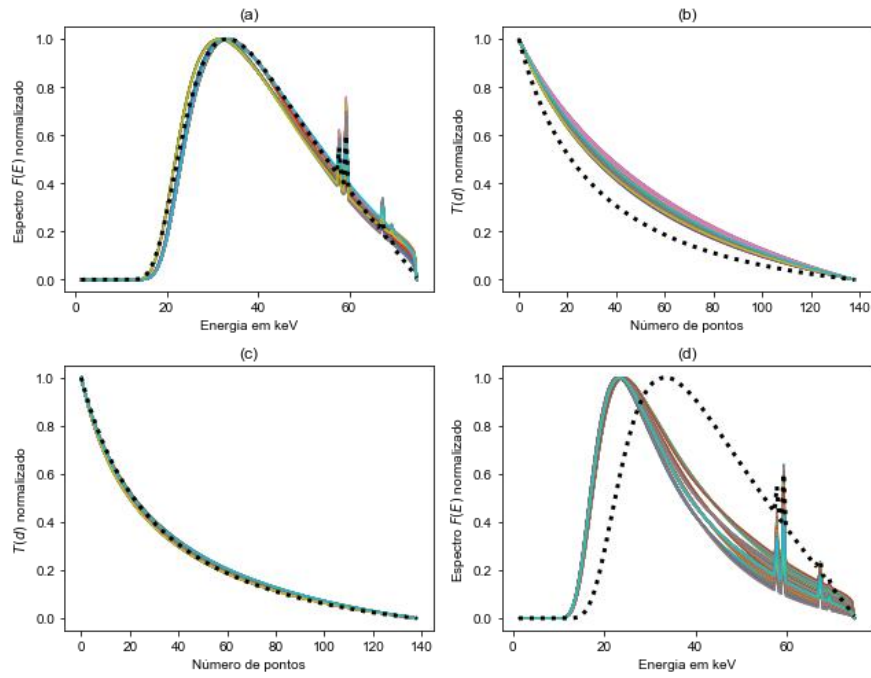
Figura 60- (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

75 kV

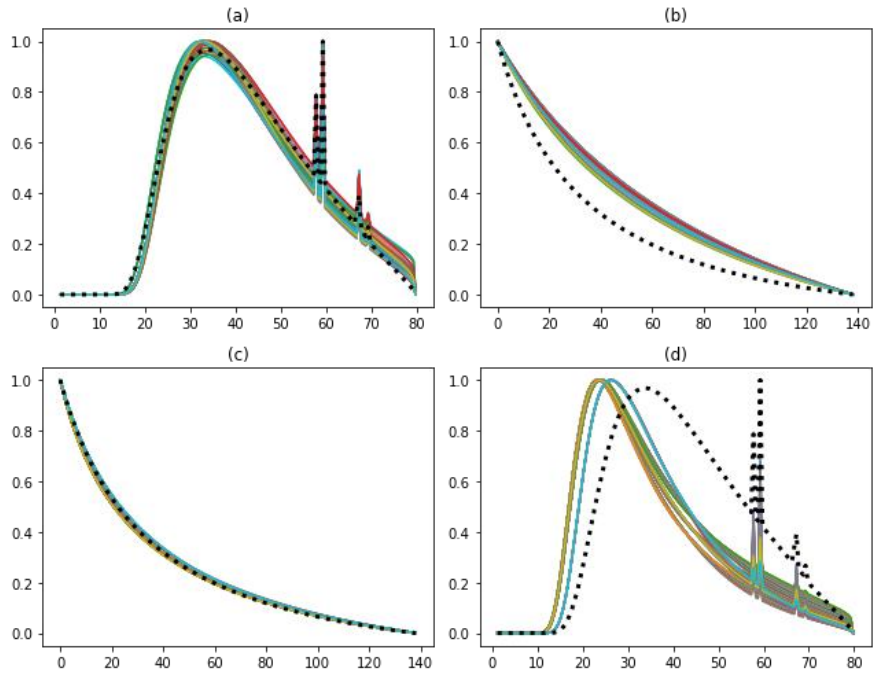
Figura 61 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

80 kV

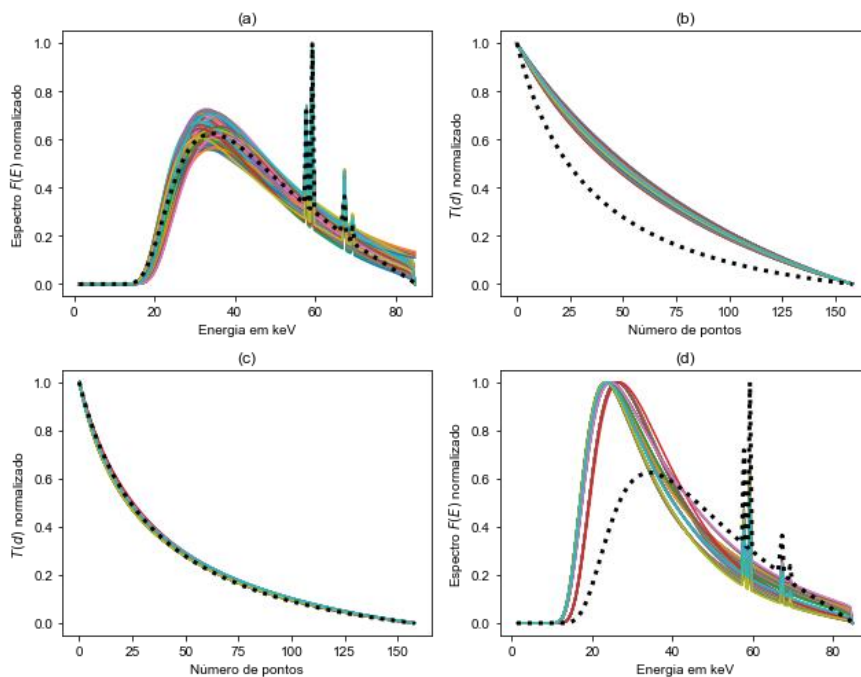
Figura 62 – (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

85 kV

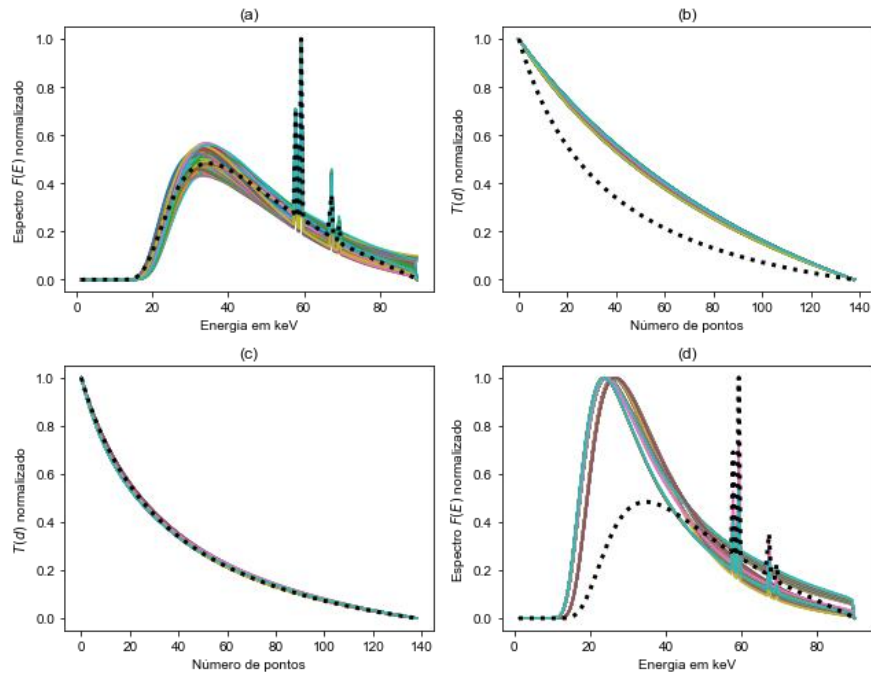
Figura 63- (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

90 kV

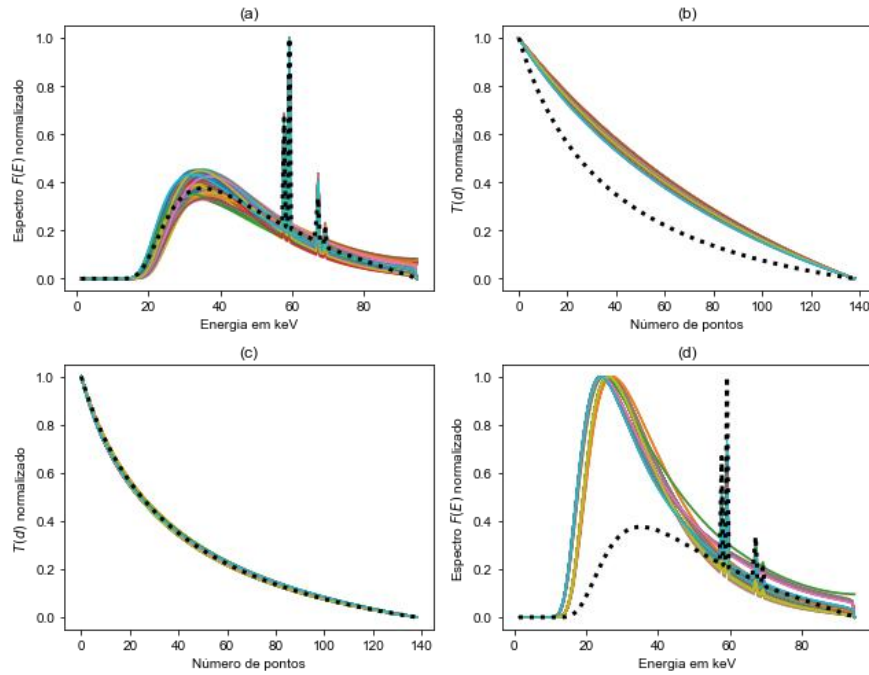
Figura 64 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

95 kV

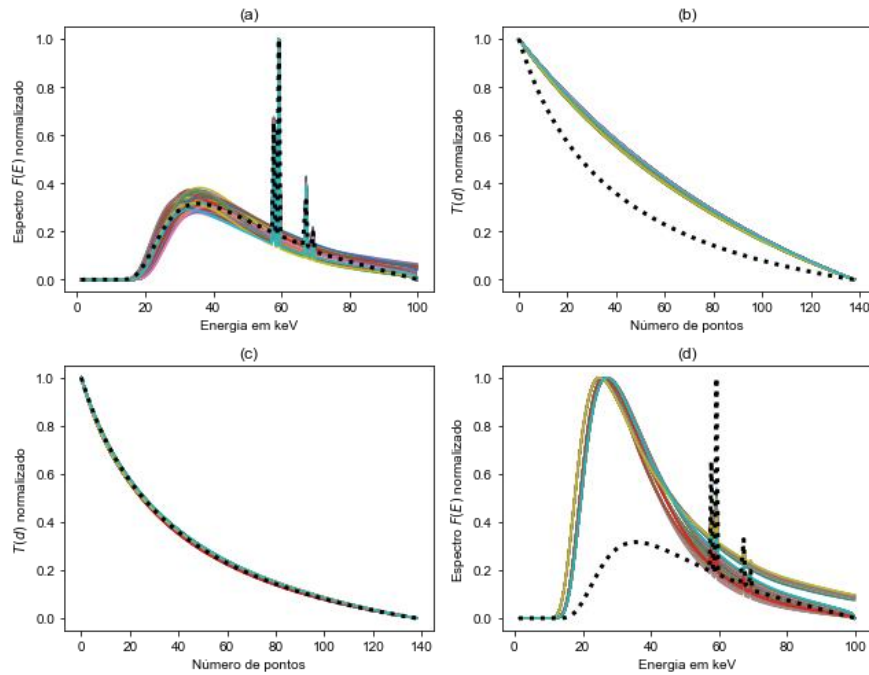
Figura 65 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

100 kV

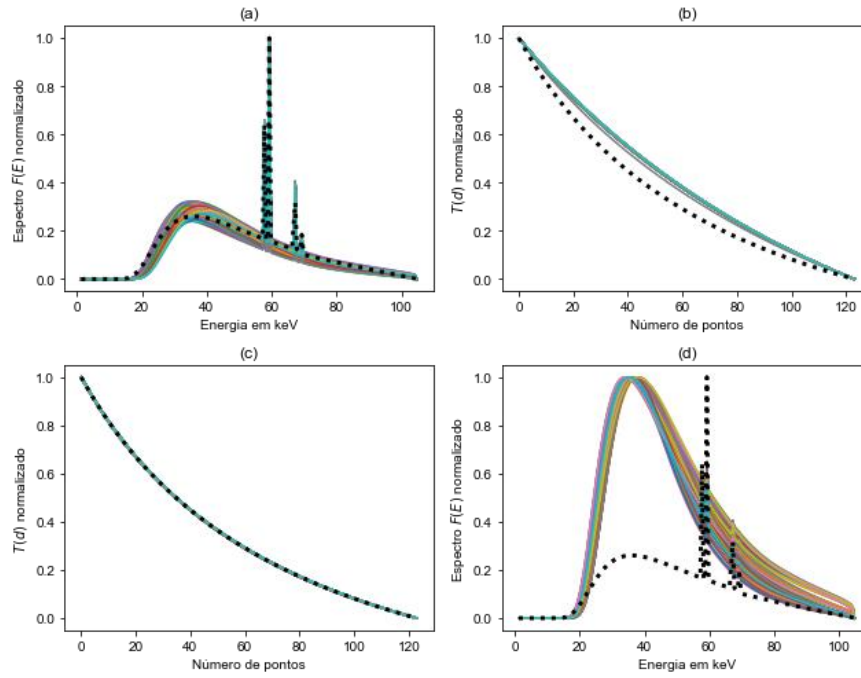
Figura 66 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

105 kV

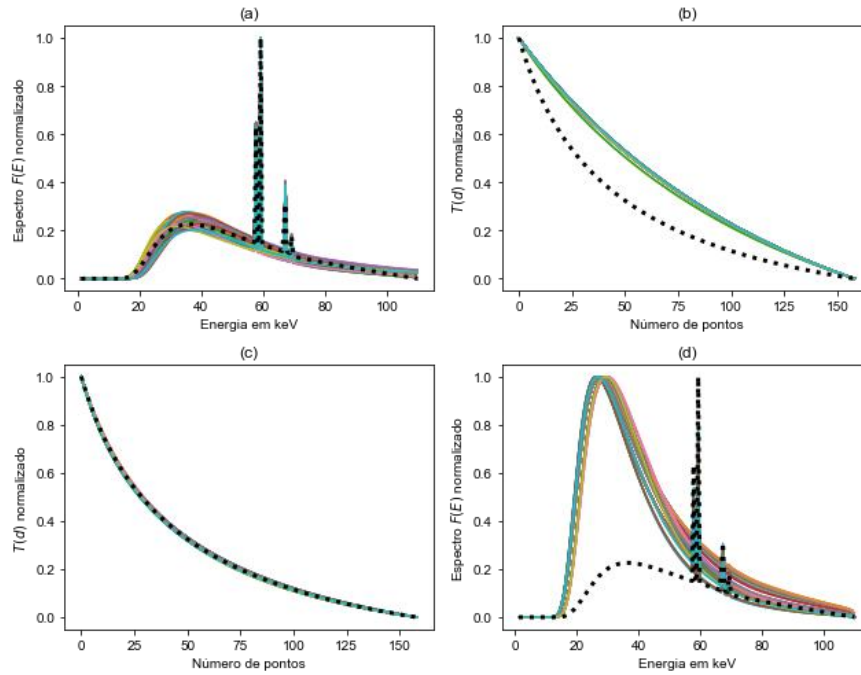
Figura 67 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

110 kV

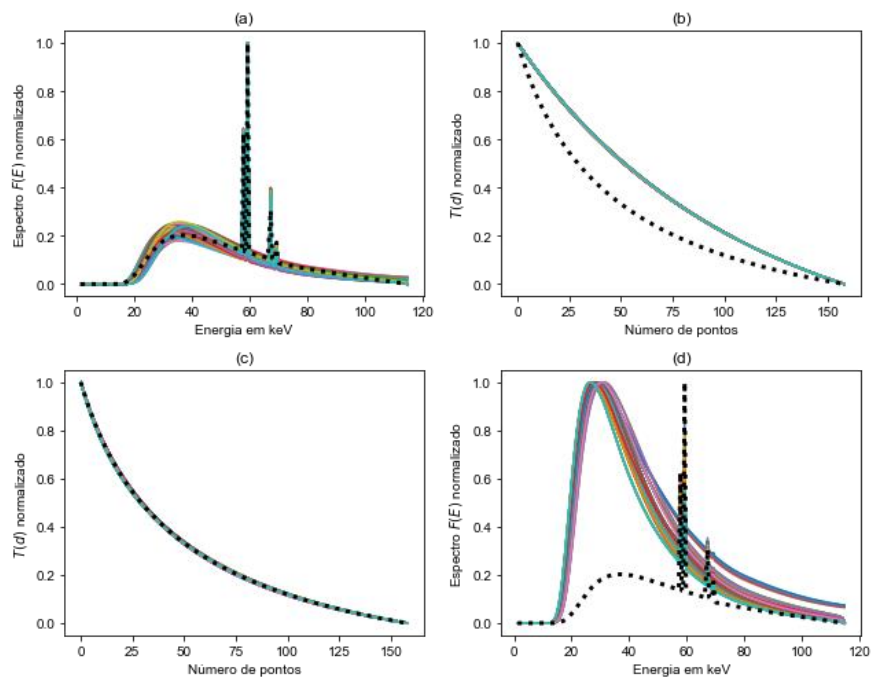
Figura 68 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

115 kV

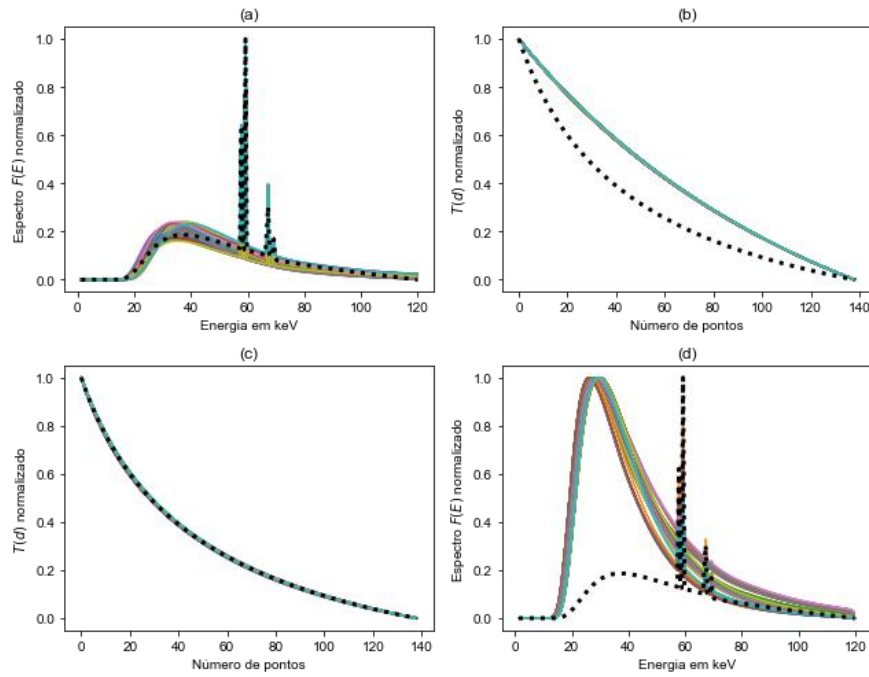
Figura 69 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

120 kV

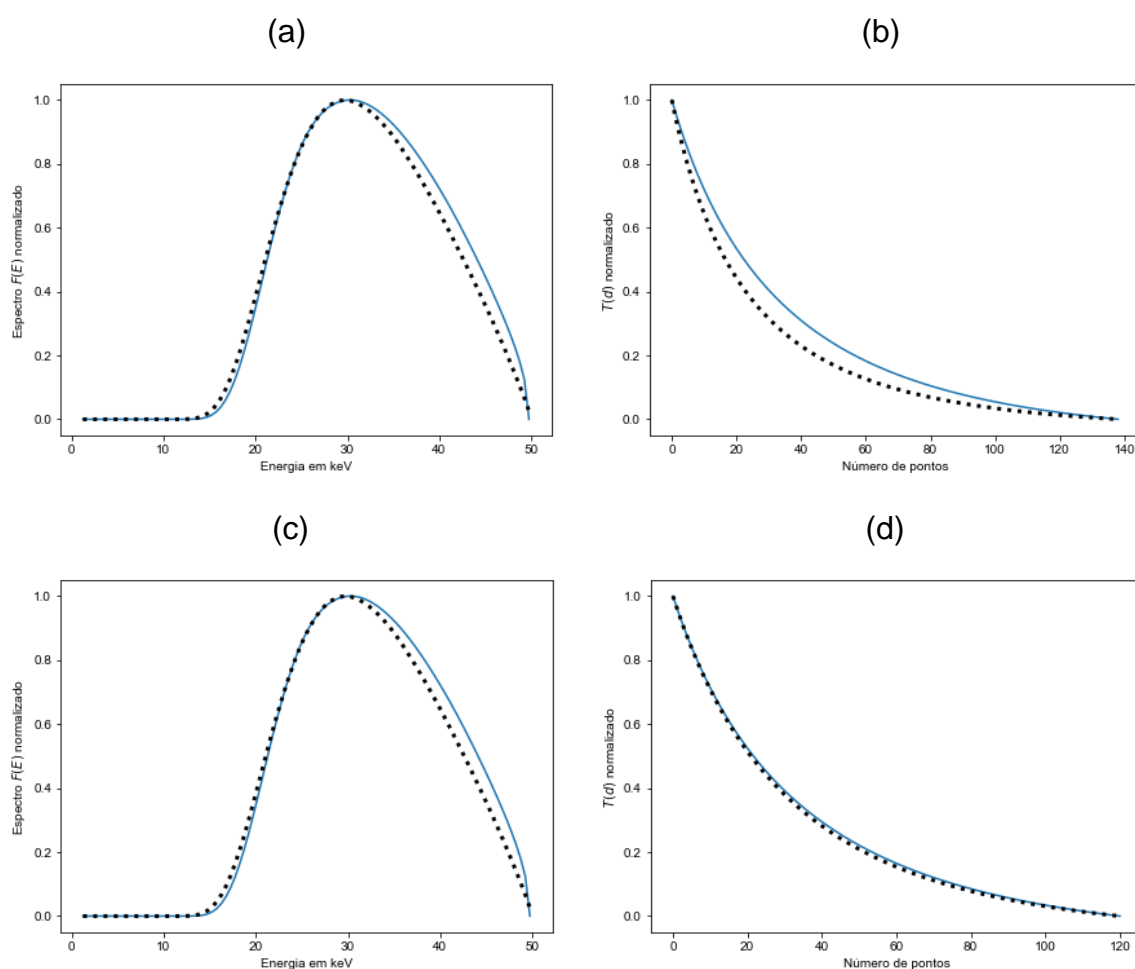
Figura 70 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

APÊNDICE D – TÉCNICA DE FILTRAGEM – DADOS SIMULADOS**50 kV**

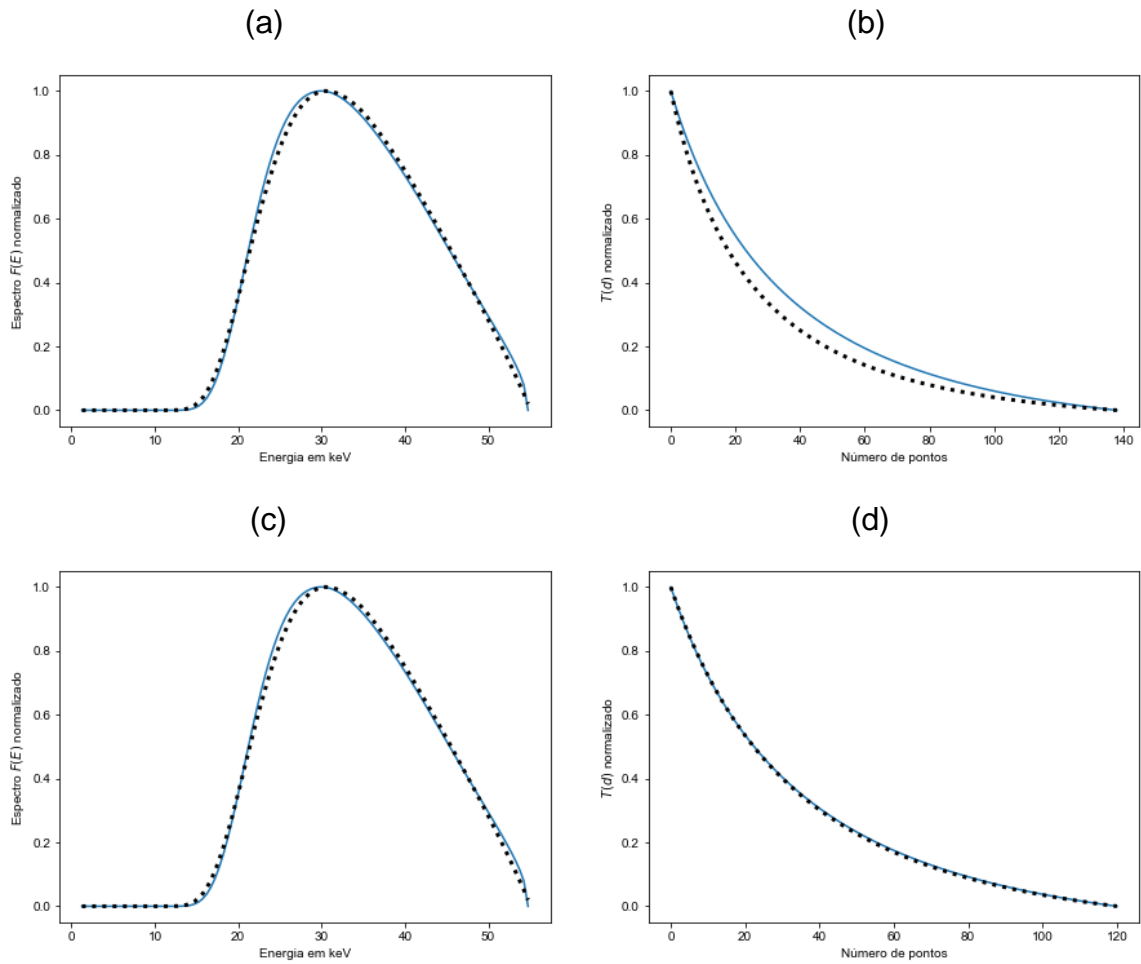
Figura 71 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

55 kV

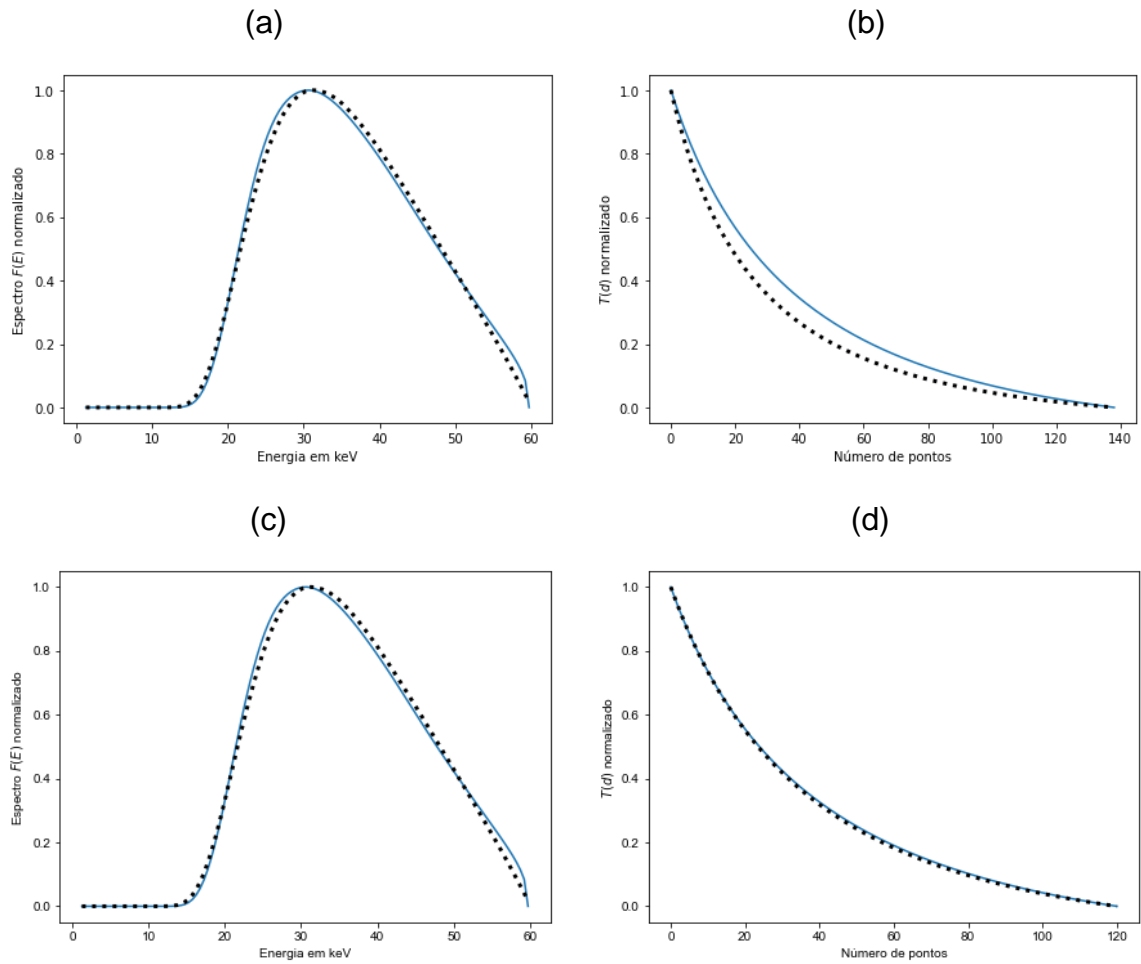
Figura 73 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

60 kV

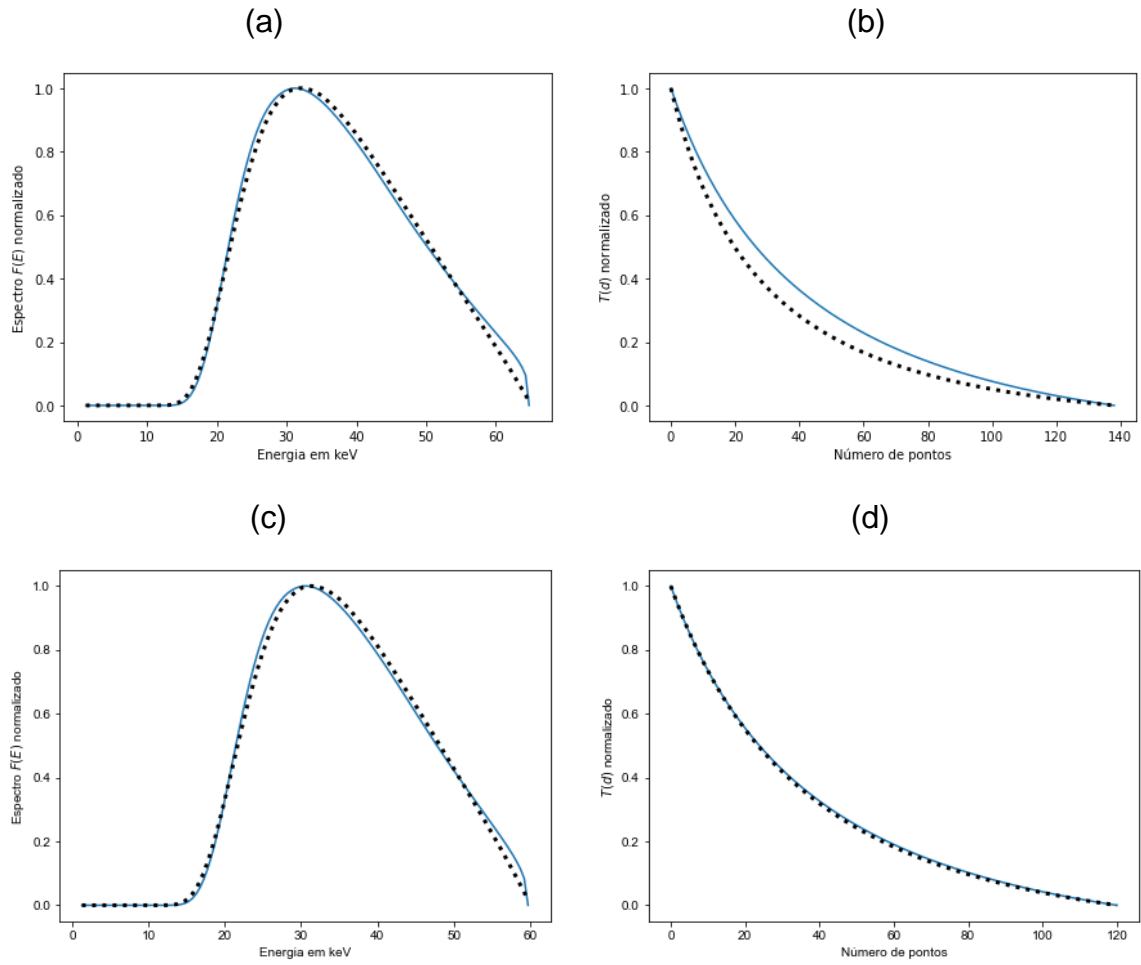
Figura 74 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

65 kV

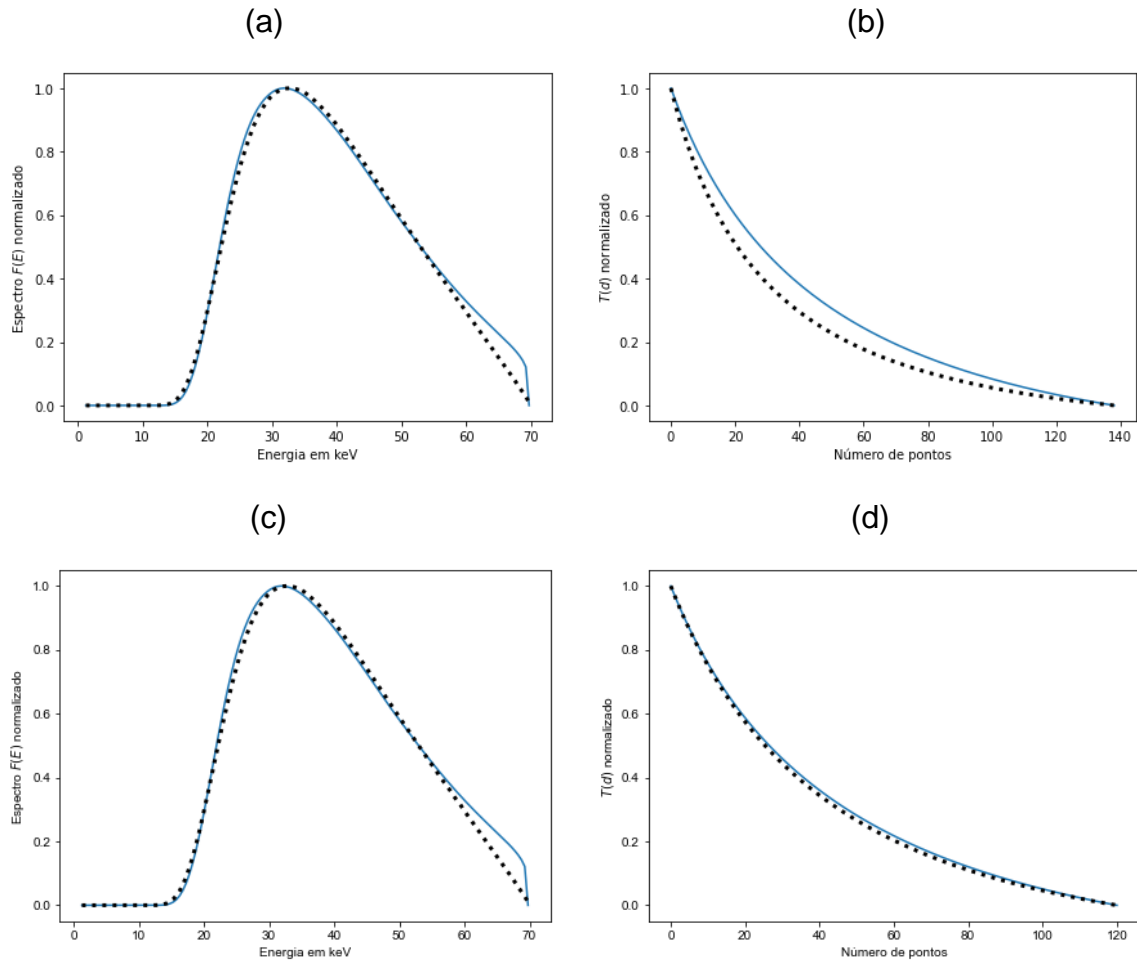
Figura 75 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

70 kV

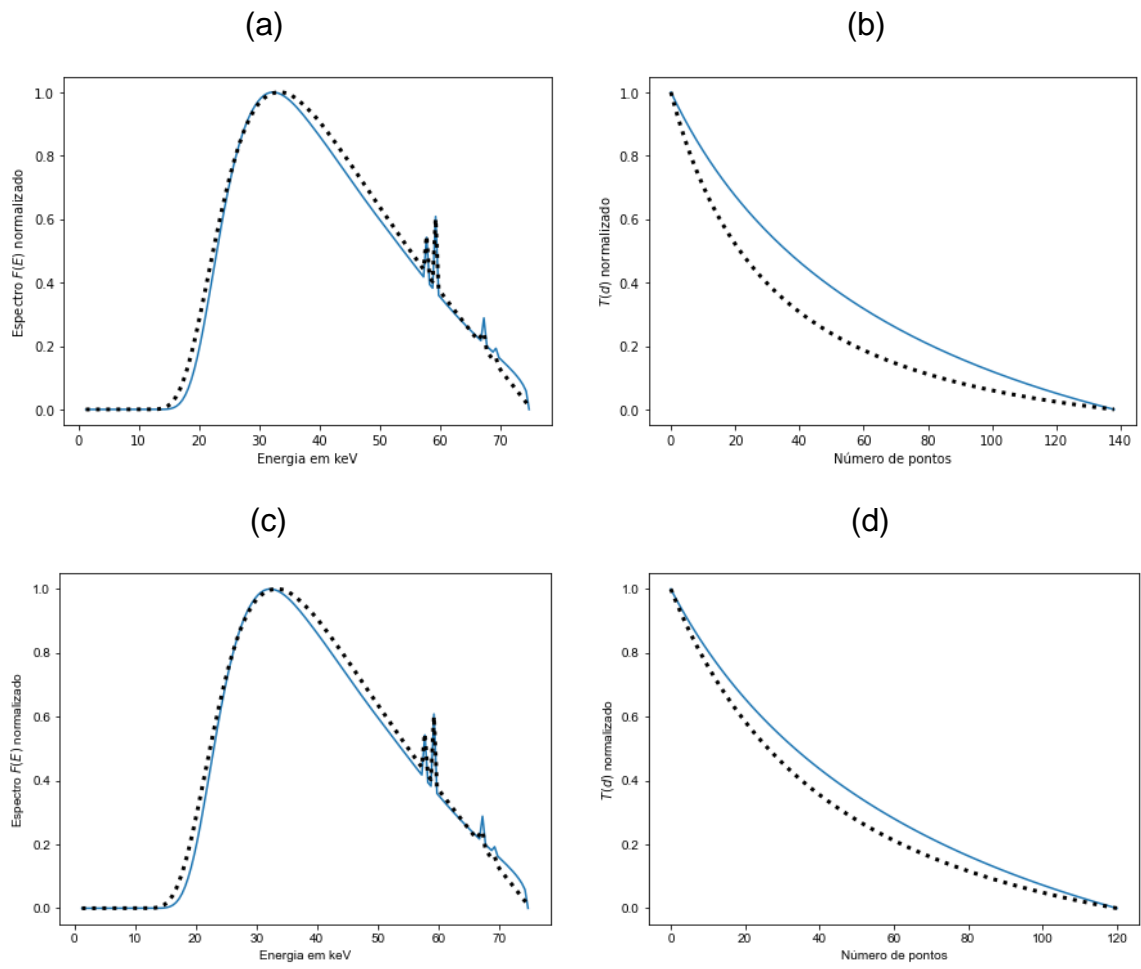
Figura 76 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

75 kV

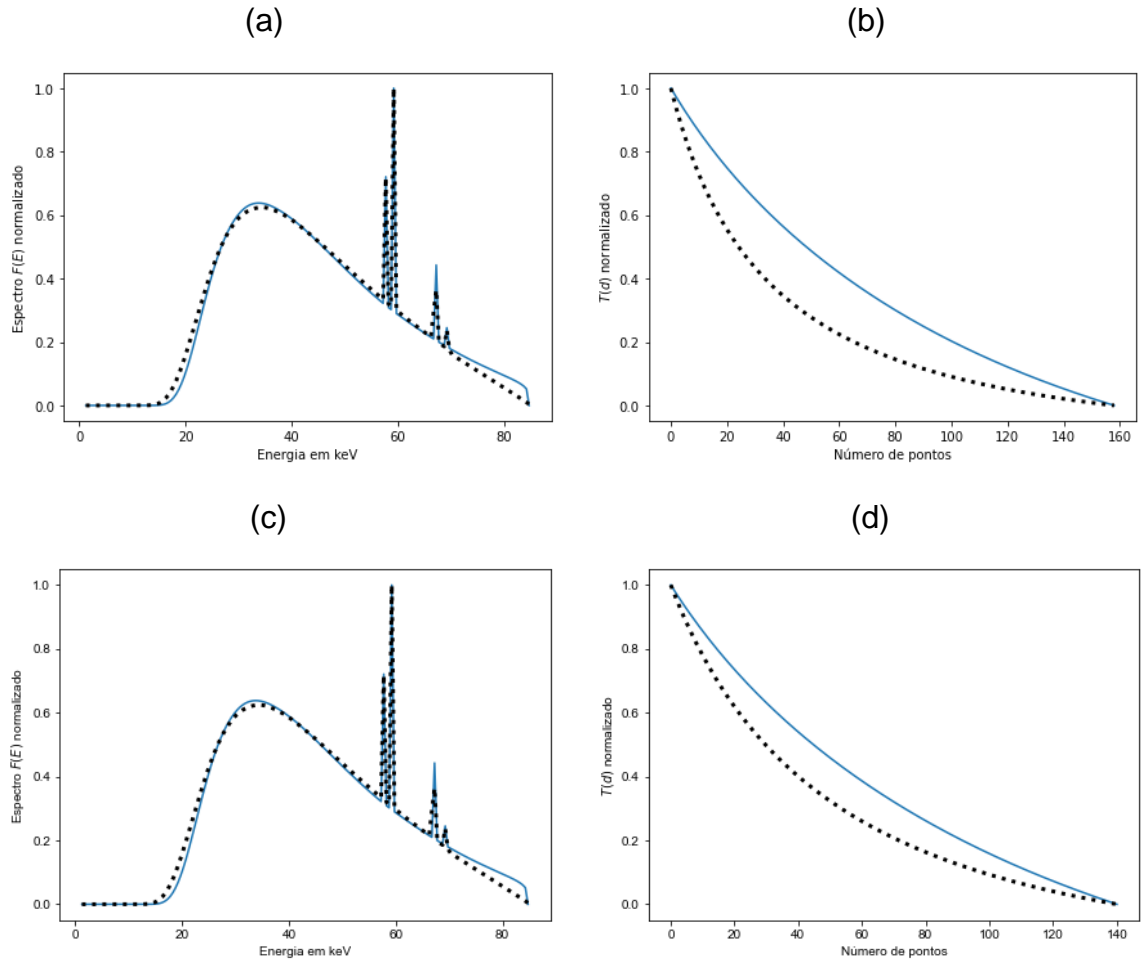
Figura 77 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

85 kV

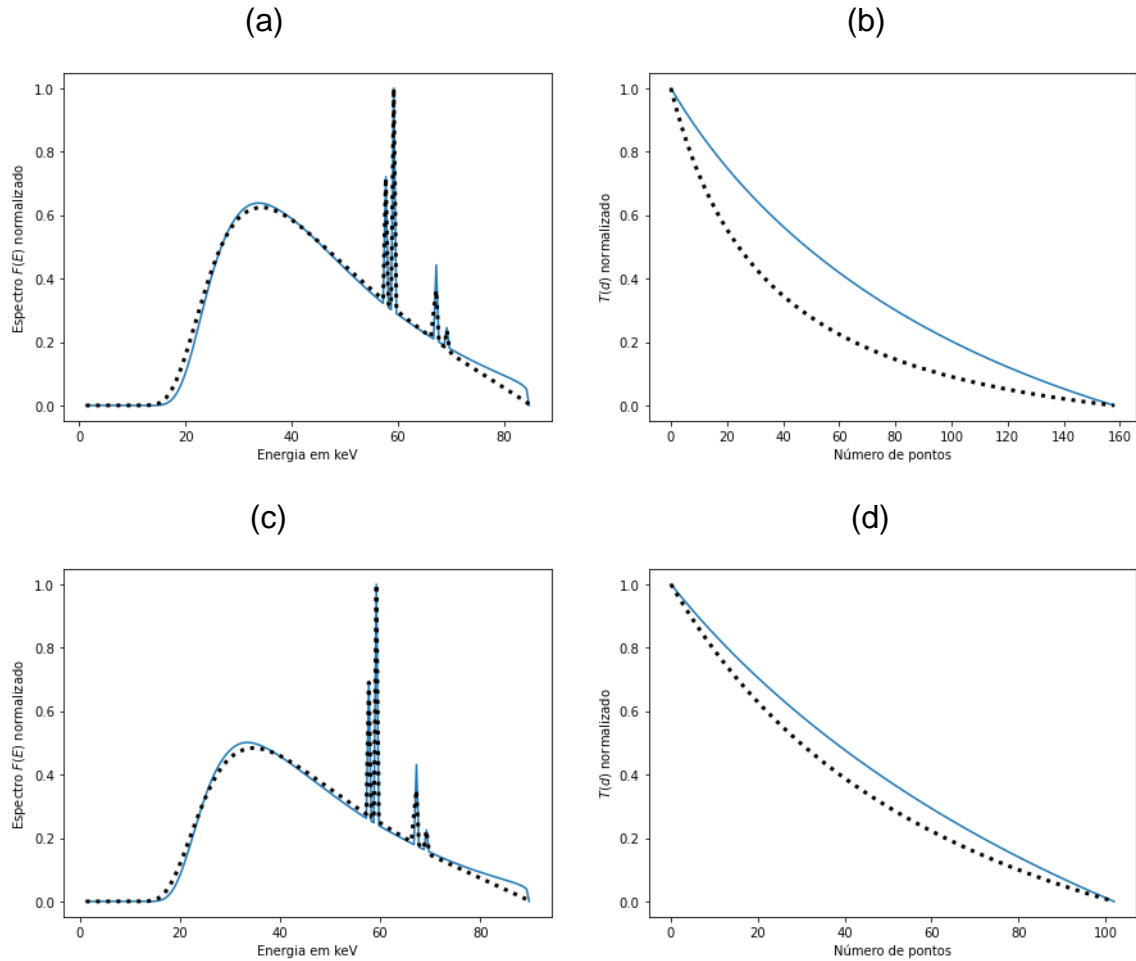
Figura 77 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

90 kV

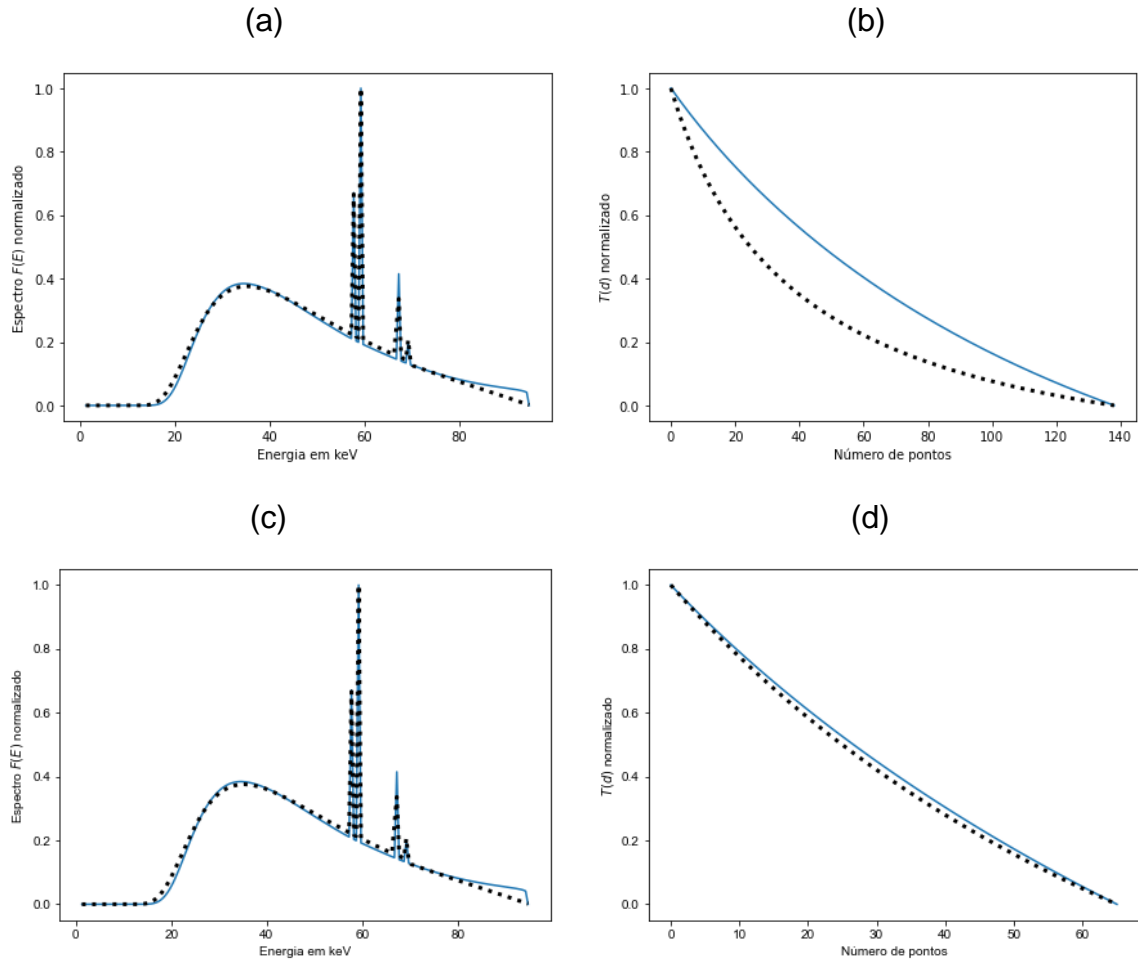
Figura 78 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

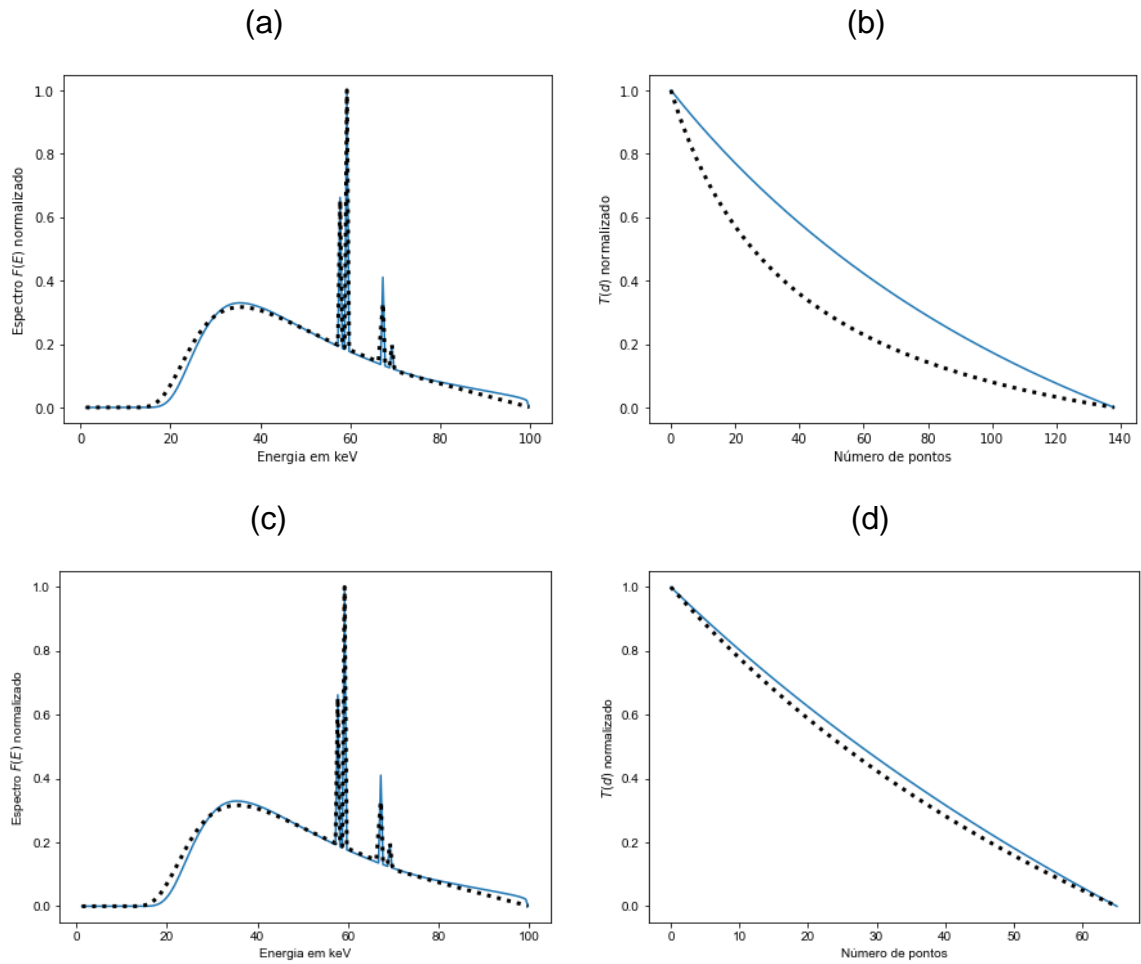
95 kV

Figura 79 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



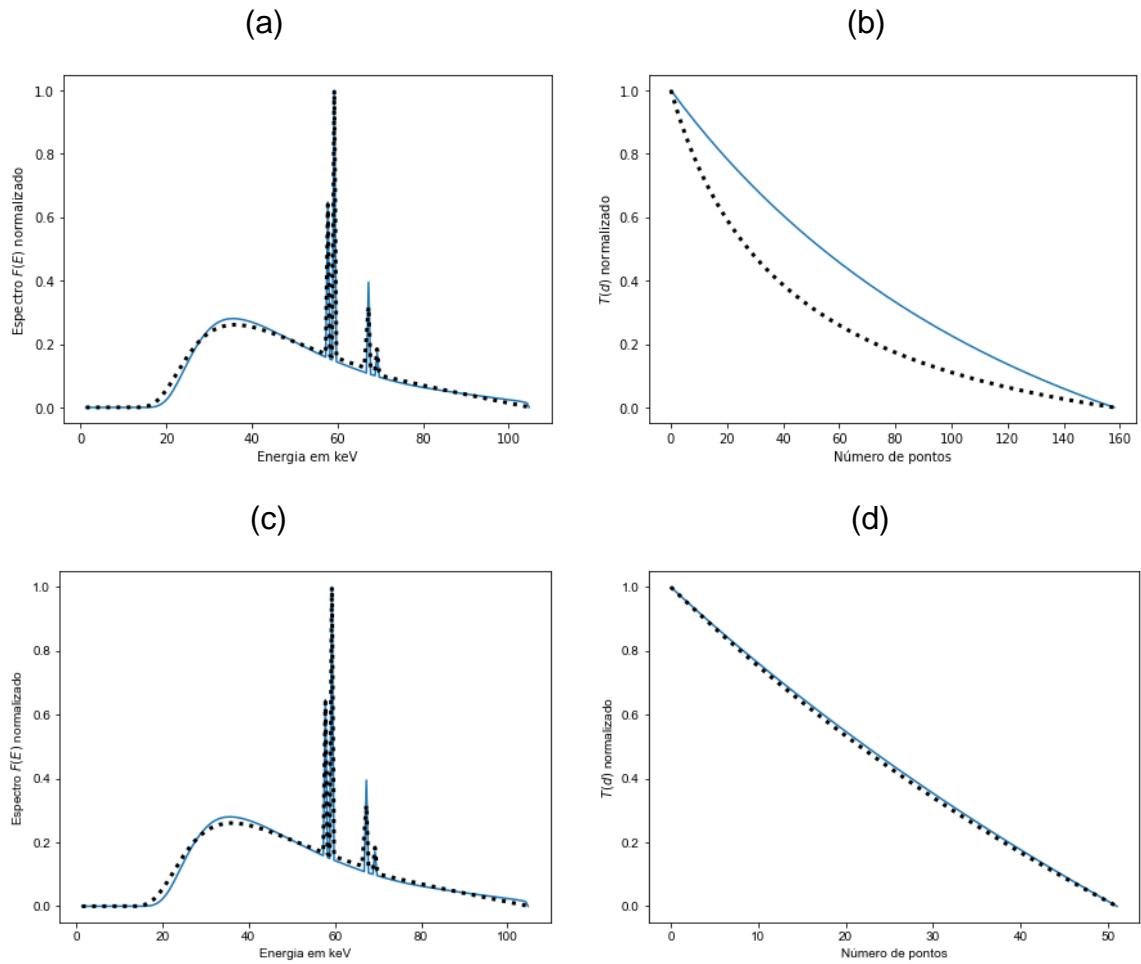
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 80 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



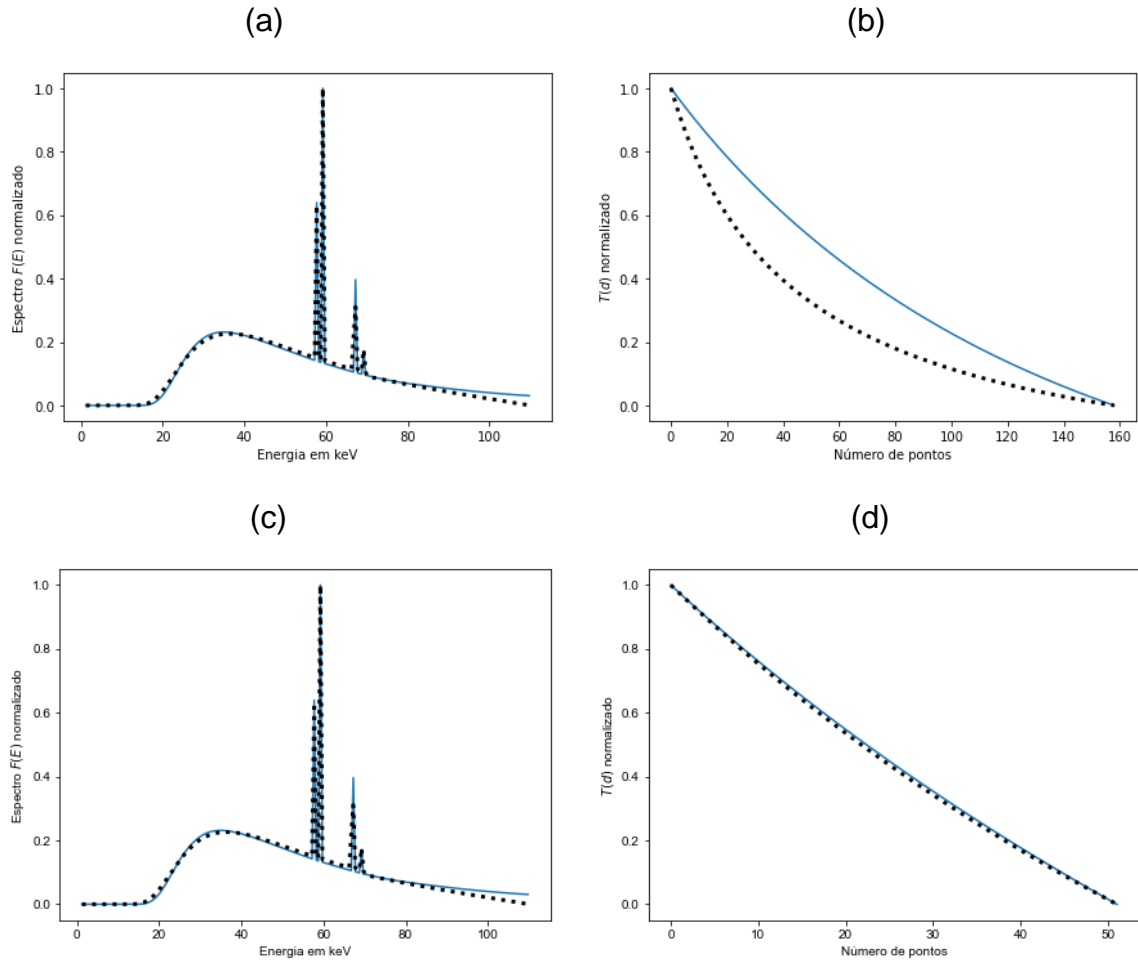
Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

Figura 81 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

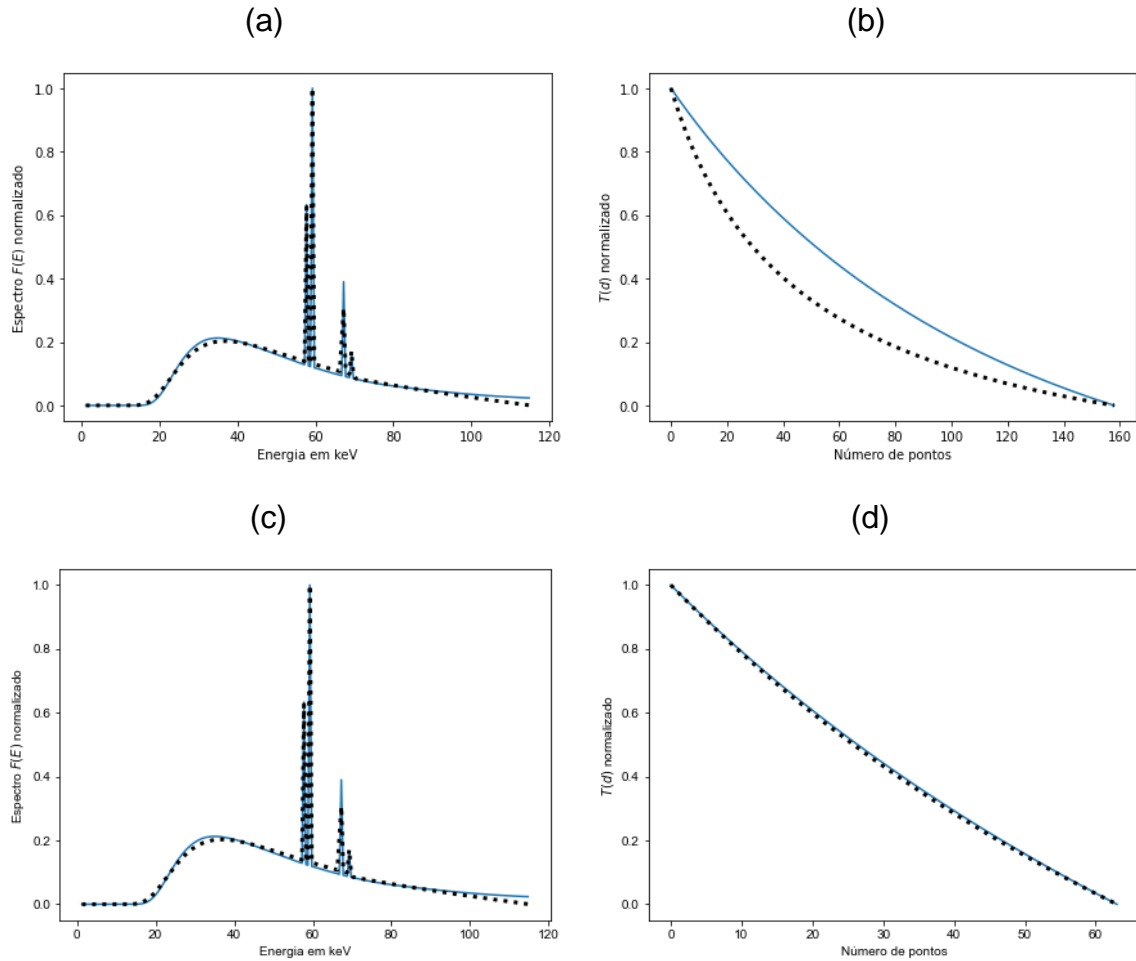
Figura 82 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

115 kV

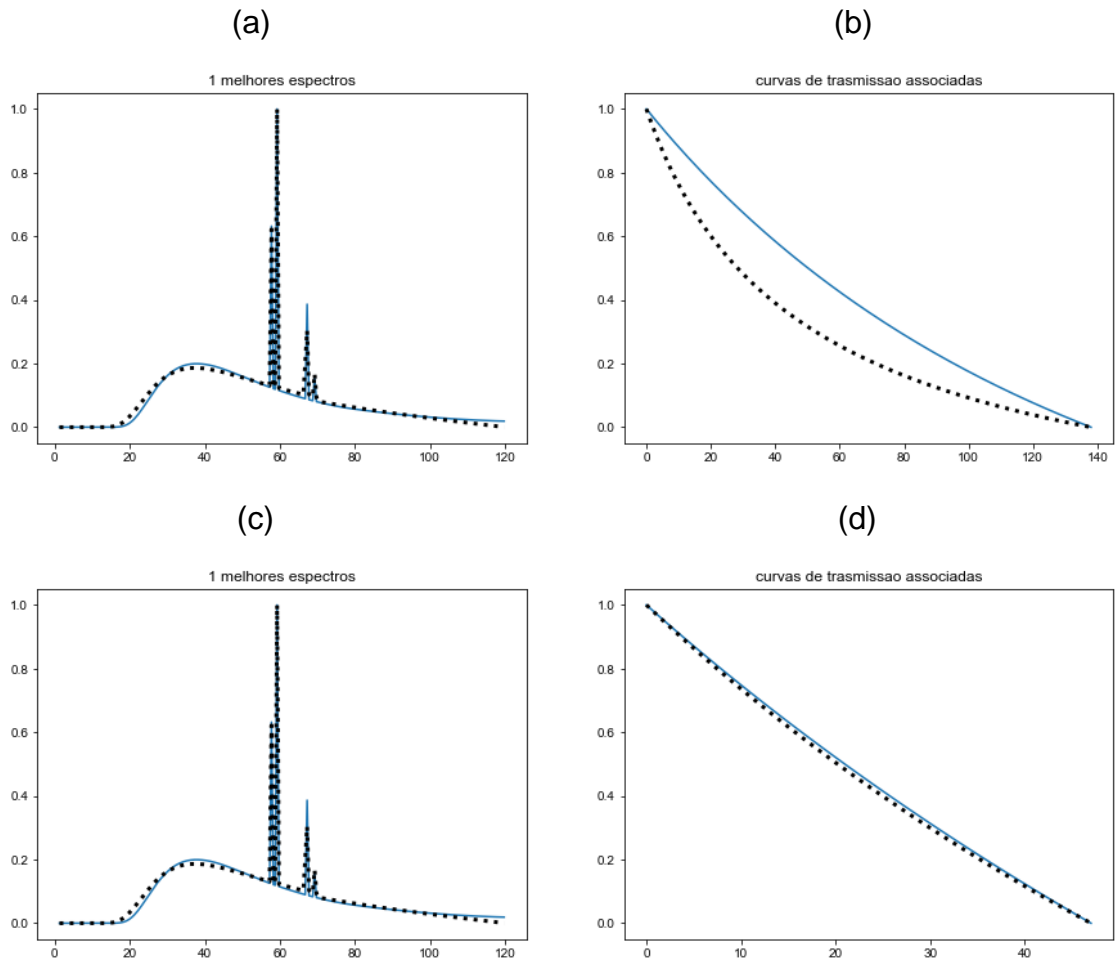
Figura 83 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

120 kV

Figura 84 - (a) Ordenamento do espectro antes da filtragem (b) Curva de transmissão associada (c) Ordenamento do espectro após filtragem (d) Curva de transmissão filtrada

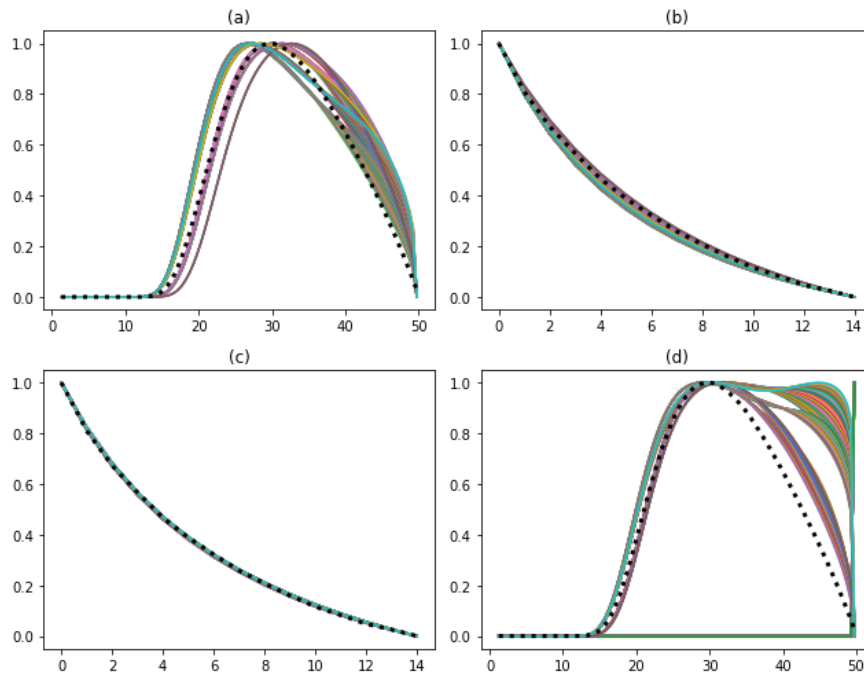


Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

APÊNDICE E – MÉTODO DE BUSCA EXAUSTIVA E TÉCNICA DE FILTRAGEM – DADOS EXPERIMENTAIS

50 kV

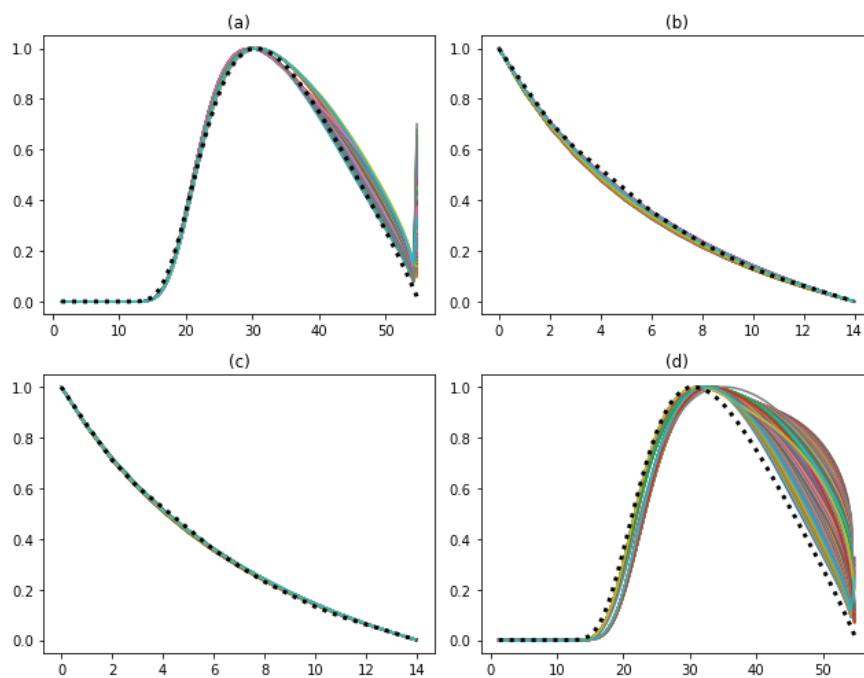
Figura 85 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

55 kV

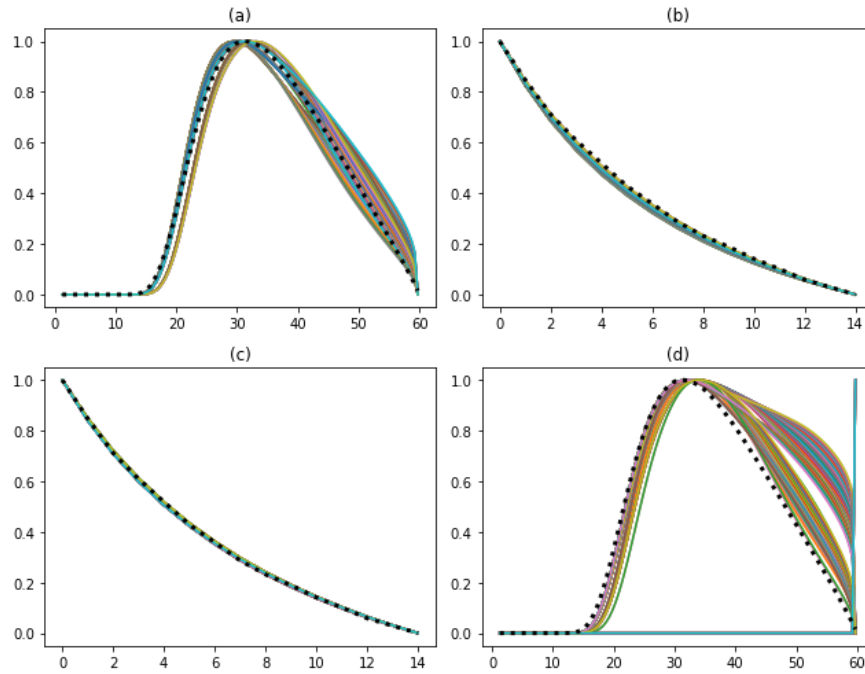
Figura 86 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

60 kV

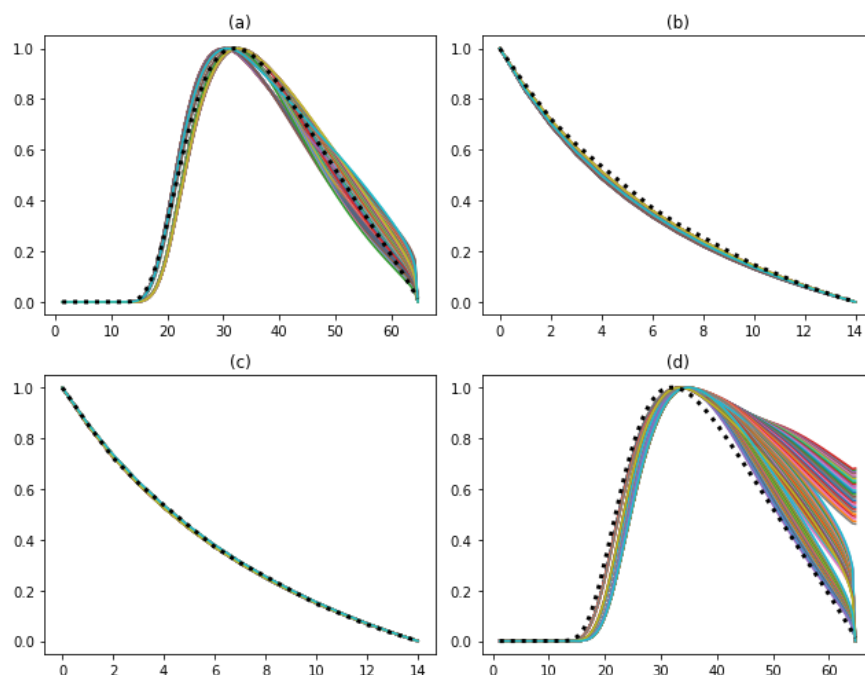
Figura 87 - (a) 100 Melhores espetros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

65 kV

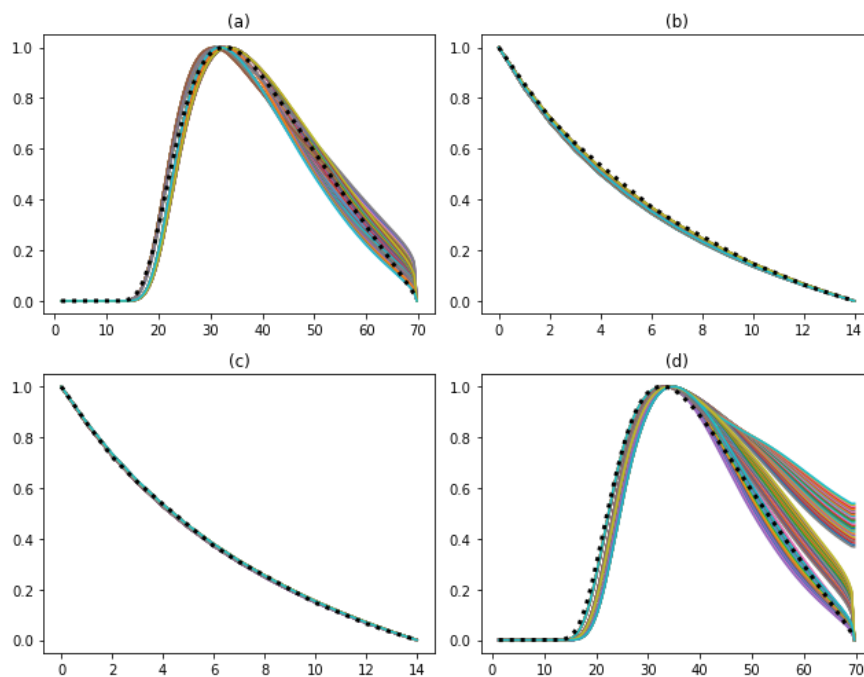
Figura 88 - (a) 100 Melhores espetros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

70 kV

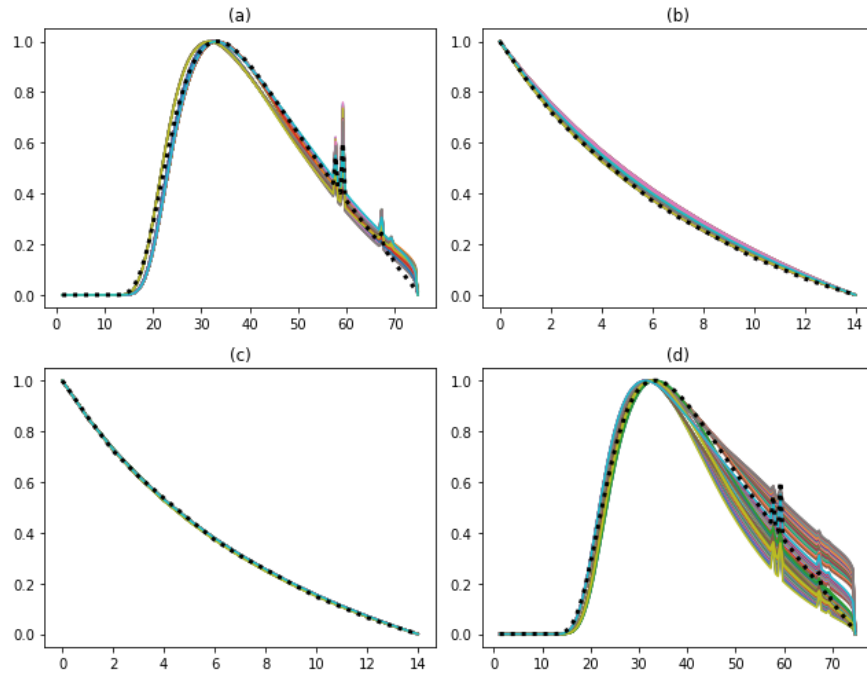
Figura 89 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

75 kV

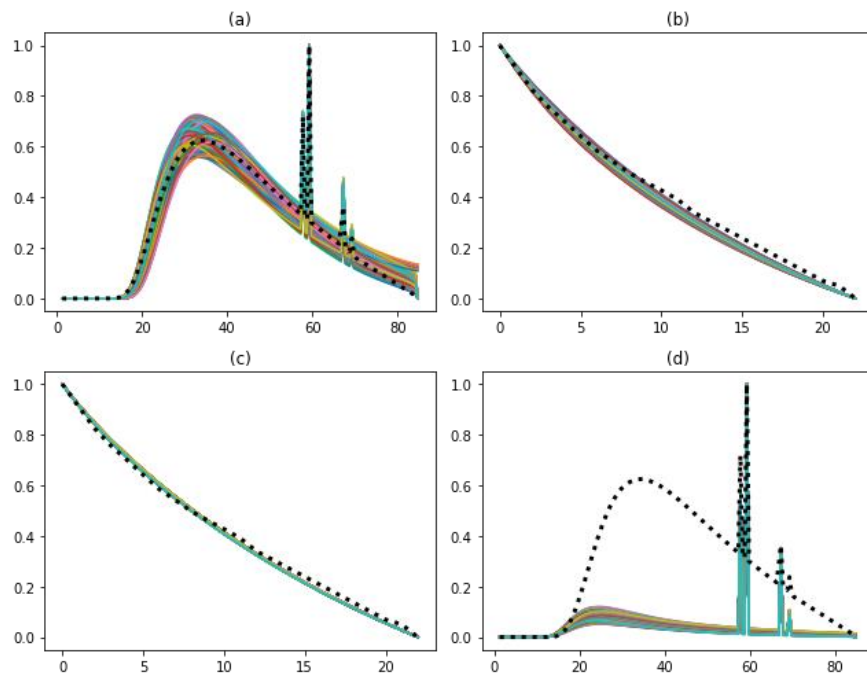
Figura 90 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

85 kV

Figura 91 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

90 kV

Figura 92 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados

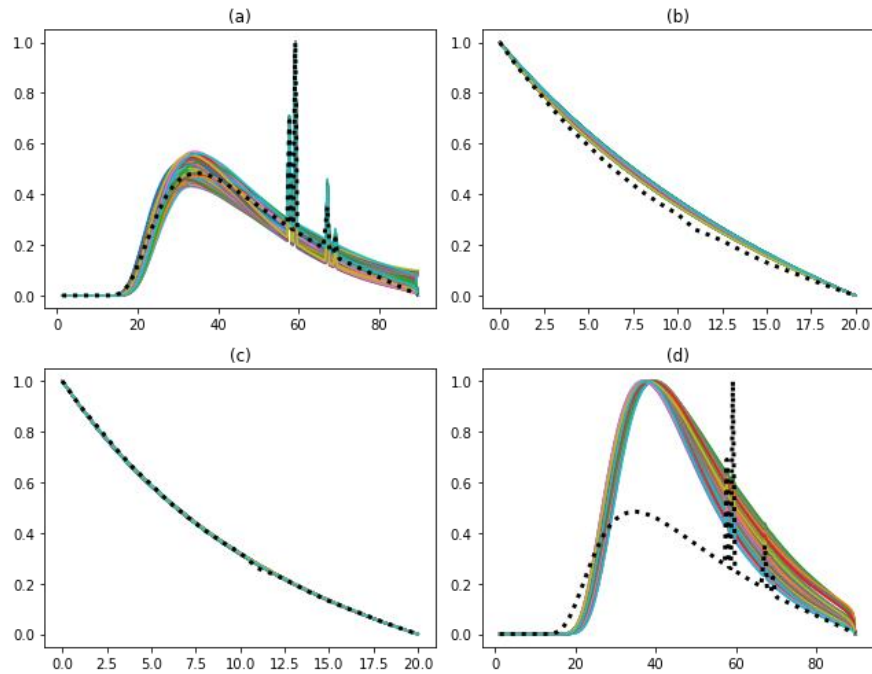
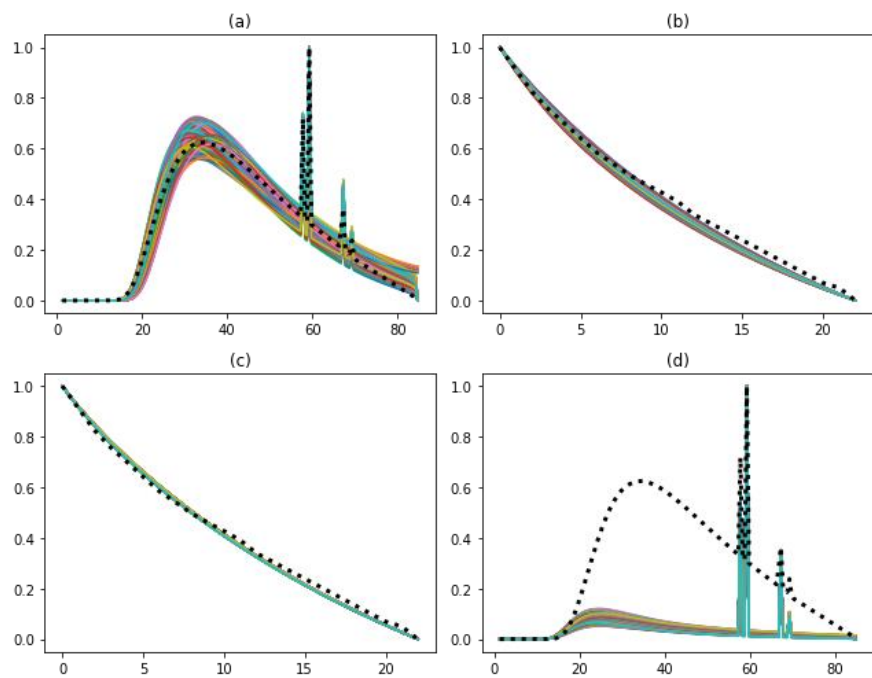
**95 kV**

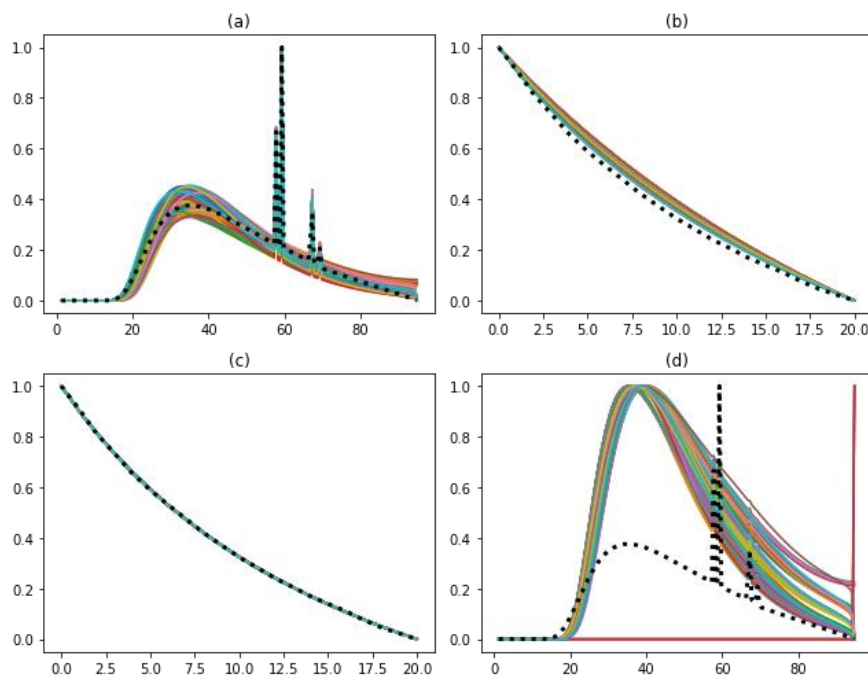
Figura 93 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

100 kV

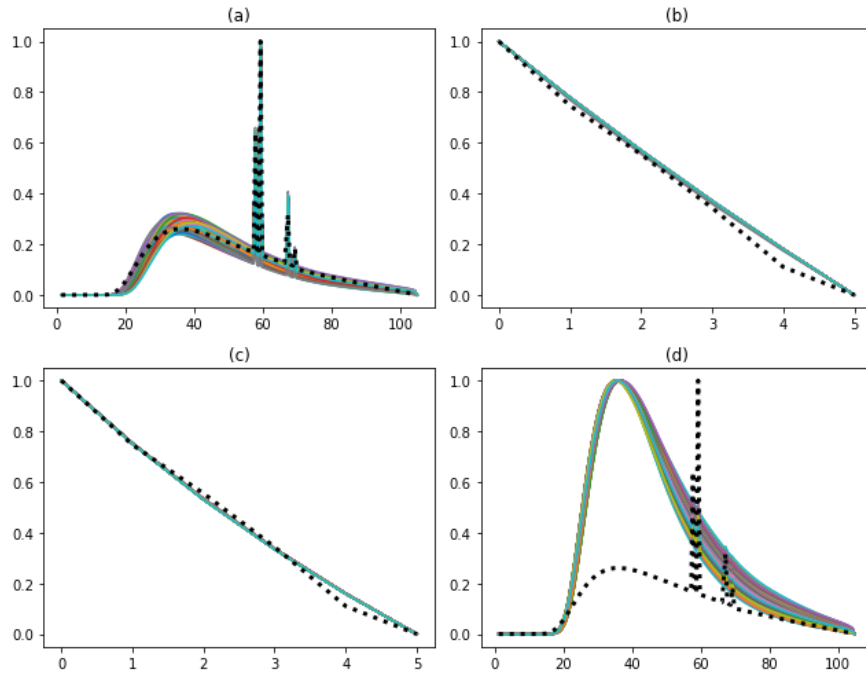
Figura 94 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

105 kV

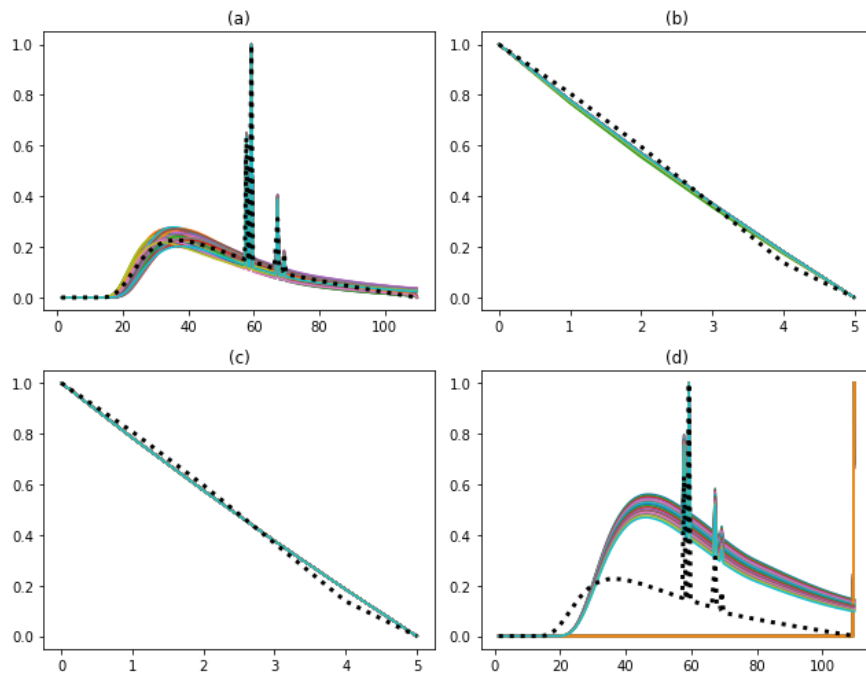
Figura 95 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

110 kV

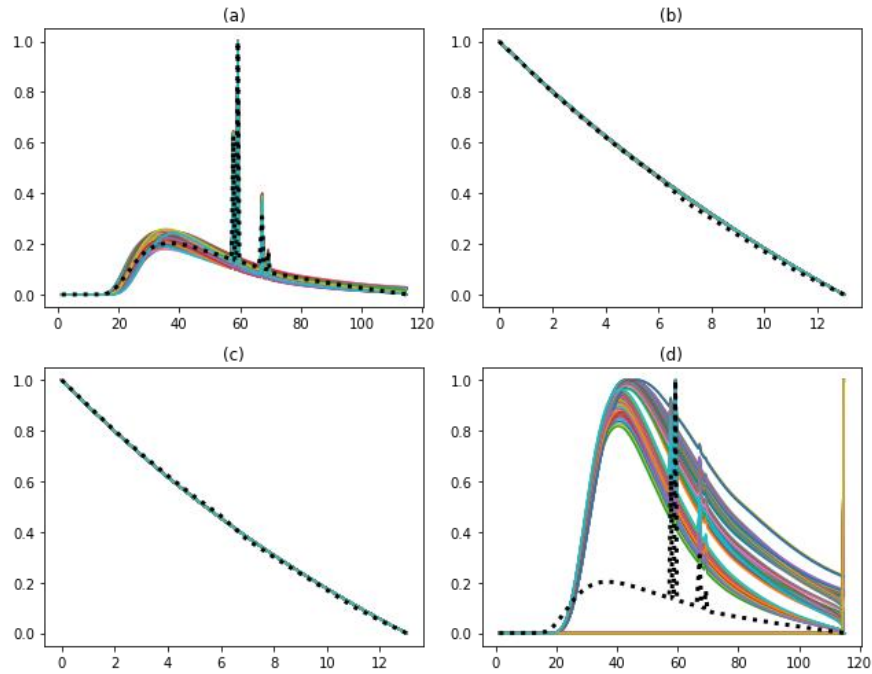
Figura 96 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

115 kV

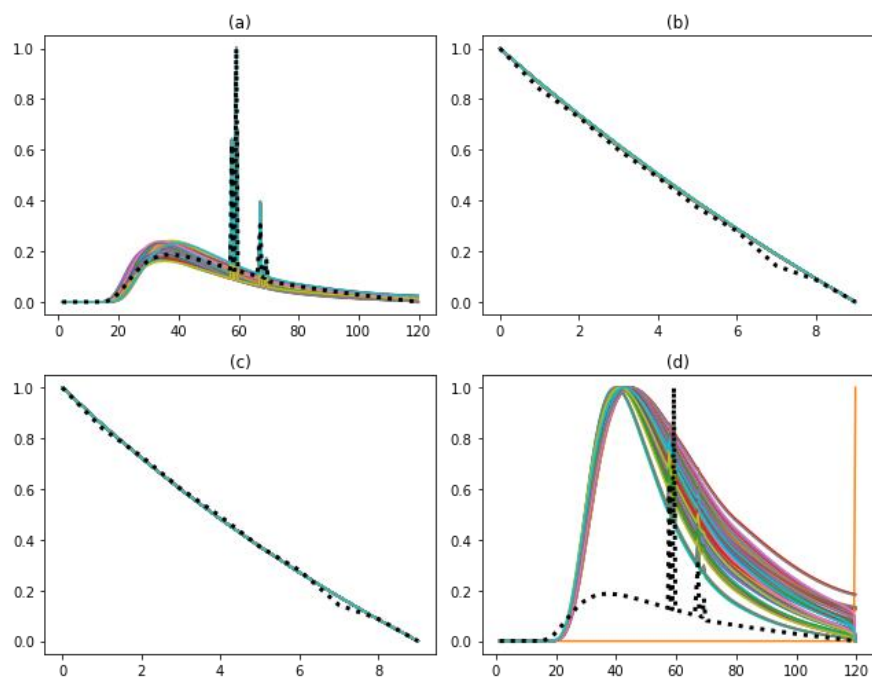
Figura 97 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)

120 kV

Figura 98 - (a) 100 Melhores espectros reconstruídos (b) Curvas de Transmissão associadas (c) 100 Melhores Curvas de Transmissão (d) Espectros associados



Fonte: Elaborado pelo autor (2023)